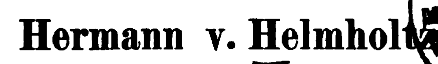


(Schuchholtz)
Hoernlesberger

6318



Hermann v. Helmholtz's
Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik und Mechanik.

Rede

zum Geburtsfeste des höchstseligen Grossherzogs

KARL FRIEDRICH

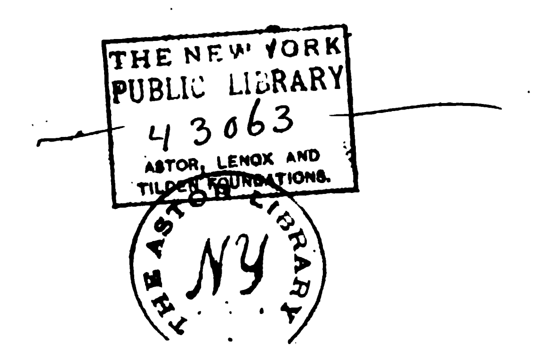
und zur akademischen Preisvertheilung

am 22. November 1895

von

Dr. Leo Koenigsberger,
Grossherzoglich Badischem Geheimen Rath und o. ö. Professor der Mathematik
d. z. Prorektor der Grossh. Bad. Universität Heidelberg.

Heidelberg.
Universitäts-Buchdruckerei von J. Hörning.
1895.


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
43063
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
THE ASTOR LIBRARY
NY

Hochansehnliche Versammlung!

Bei der Wiederkehr des Tages, an dem ein hochherziger und erleuchteter Herrscher dieses Landes unsere Hochschule zu neuem Leben erstehen liess und dadurch eine Epoche der Blüthe der Wissenschaften an derselben inaugurirte, deren hundertjährige Dauer wir in naher Zeit festlich begehen werden, richten wir unsere Blicke voll Ehrfurcht und Dankbarkeit auf unsern durchlauchtigsten Rector Magnificentissimus, der stets mit dem wärmsten Interesse und der thatkräftigsten Unterstützung das Gedeihen unserer Universität zu fördern, ihr Ansehen und ihren Ruhm immer fester zu begründen sucht. Ich glaube, dass wir unsere Dankbarkeit nicht besser und würdiger bethätigen können, als wenn wir der grossen Gelehrten gedenken, welche in der Zeit seiner Regierung den Stolz und die Zierde unserer Hochschule, den Ruhm unseres Vaterlandes bildeten; und so möge diese festliche Stunde dem Andenken eines Mannes gewidmet sein, den wir ohne Bedenken als einen der grössten und tiefsten Forscher bezeichnen dürfen, welche in diesem Jahrhundert unserer Universität angehörten, und auf dessen Bedeutung ich Ihre Aufmerksamkeit zu lenken mir erlauben will vom Standpunkte meiner Wissenschaft aus, der er im Grunde sein Leben hindurch am meisten zugethan war, und deren Wesen er heute vor drei und dreissig Jahren an eben dieser Stelle so klar und schön in den Worten kennzeichnete: „Wir sehen in der Mathematik die bewusste logische Thätigkeit unseres Geistes in ihrer reinsten und vollendetsten Form, wir können hier die ganze Mühe derselben kennen lernen, die Schwierigkeit, abstracte Begriffe zu bilden und zu verstehen, aber ebenso Vertrauen fassen lernen in die Sicherheit, Tragweite und Fruchtbarkeit solcher Gedankenarbeit."

Erst vor Kurzem betrauerte die ganze gebildete Welt den Verlust unseres unvergesslichen Hermann v. Helmholtz, der von 1858 bis 1871 auf dem Gipfel seines Ruhmes stehend unserer Universität angehörte und im Verein mit Bunsen und Kirchhoff dieselbe zum Mittelpunkt naturwissenschaftlicher Forschung gemacht hat.

Wer sich die Aufgabe stellt, die Verdienste von Helmholtz um die mathematische Wissenschaft ihrer Bedeutung entsprechend darzulegen, kann nicht umhin, von jeder einzelnen seiner zwei- bis dreihundert, zum Theil nicht leicht verständlichen Arbeiten Kenntniss zu nehmen, da jede derselben, selbst wenn sie sich der mathematischen Sprache nicht bedient, durch die eminente Schärfe logischen Denkens das höchste Interesse des Mathematikers erregt; aber gerade darin liegt auch wieder die Schwierigkeit, jener Aufgabe völlig gerecht zu werden, da der Darsteller seiner unvergleichlichen Leistungen auf allen Gebieten der Naturwissenschaften Physiologe und Physiker, Mathematiker, Philosoph und Aesthetiker zugleich sein müsste, um einen so grossen Denker wie Helmholtz nicht bloss bewundern und anstaunen, sondern auch würdigen und verstehen zu können. Es lag eben nicht in der Natur seines Geistes begründet, mathematische Untersuchungen um ihrer selbst willen durchzuführen, sich zu erfreuen an der Herleitung völlig abstracter Wahrheiten, welche Eigenschaften der geometrischen und arithmetischen Gebilde darstellen, die dann möglicherweise in den exacten Naturwissenschaften ihre Anwendung finden; er holte sich vielmehr seine mathematischen Probleme — und es ist dies gewiss der einzig wahre, aber auch nur von einem so grossen Meister mit Erfolg einzuschlagende Weg — unmittelbar aus der Beobachtung der Natur, indem er von der Voraussetzung ausging, dass die Wissenschaft, deren Zweck es ist, die Natur zu begreifen, auch annehmen müsse, dass sie begreiflich sei, und begreiflich sein bedeutet für ihn nichts anderes als — um mit den Worten seines grössten Schülers Heinrich Hertz zu reden — die denknothwendigen Folgen der inneren Scheinbilder äusserer Gegenstände mit den naturnothwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände in Uebereinstimmung

zu bringen, oder die Probleme der Natur mathematisch zu formuliren. So findet sich in allen seinen Arbeiten eine unendliche Fülle auch vom rein mathematischen Gesichtspunkte aus interessanter Resultate, die aber stets sogleich eine mechanisch-physikalische Deutung finden, und dann tiefliegende und umfassende Naturgesetze aufdecken, welche von ihrer mathematischen Einkleidung befreit, man darf wohl sagen, nicht bloss in der naturwissenschaftlichen, sondern in der ganzen gebildeten Welt einer wesentlich neuen Auffassung von den Vorgängen in der Natur Bahn gebrochen haben. Nur dann interessirten ihn auch mathematische Untersuchungen an sich, wenn es sich um die Aufsuchung der Grundlagen und Axiome mathematischer Disciplinen handelte, und so hat er in der That darauf bezügliche Forschungen für die drei grossen Gebiete der Mathematik, die Geometrie, Arithmetik und Mechanik angestellt, die für die Erkenntnisstheorie, sowie für die gesammte Entwicklung der mathematischen Physik bahnbrechend gewesen sind, wobei ihm aber auch hier wieder im Gegensatz zu ähnlichen oder ganz gleichgerichteten Untersuchungen anderer ausgezeichneter Mathematiker stets die Beobachtung und Erfahrung den festen Boden und eine sichere Richtschnur für seine Wege gaben, auf denen er zu den abstractesten mathematischen Wahrheiten gelangte.

Die Mathematik in ihrer ganzen Ausdehnung, wie ich sie hier betrachten will, hat es mit drei von einander unabhängigen Grundvorstellungen zu thun, denen des Raumes, der Zeit und der Masse; mit den Gebilden des Raumes beschäftigt sich die Geometrie, mit denen der Zeit die Arithmetik, mit den Beziehungen der Masse zu Raum und Zeit die Mechanik und mathematische Physik. Die von Kant aufgestellte Ansicht von Raum und Zeit als transcendentalen Anschauungsformen, welche durch die bekannten Axiome näher bestimmt sein sollten, war die bei fast allen Mathematikern und Philosophen vorherrschende, bis Helmholtz dieselbe insofern in den Bereich seiner Untersuchungen zog, als er die a priori'sche Existenz jener Axiome in Zweifel zu ziehen anfing, und zwar nicht auf Grund abstracter mathematischer Betrachtungen, wie es zum Teil von Gauss und Riemann geschehen, sondern

physiologisch-optische Untersuchungen hatten ihn veranlasst, über den Ursprung der allgemeinen Raumanschauung überhaupt nachzudenken, und sehr bald zur Ueberzeugung geführt, dass nur die Anschaulichkeit der Raumverhältnisse uns das als selbstverständlich voraussetzen lässt, was in Wahrheit eine besondere Eigenthümlichkeit unserer Aussenwelt ist, und wir dadurch die Axiome der Geometrie für durch transcendentale Anschauung gegebene Sätze halten. Schon in seinem im Jahre 1852 in Königsberg gehaltenen Habilitationsvortrage „Ueber die Natur der menschlichen Sinnesempfindungen" hatte er durch tiefgehende physiologisch-physikalische Gegenüberstellung der Objecte und der Sinneswahrnehmungen derselben die Ansicht gewonnen, dass Licht und Farbenempfindungen nur Symbole für Verhältnisse der Wirklichkeit sind, und so den Weg gefunden, auf dem ein weiterer Fortschritt in der tieferen Erkenntniss der Natur der Sinneswahrnehmungen sich ermöglichen liess. Im Gegensatze zur nativistischen Theorie der Raumanschauung, in welcher die Annahme gemacht wird, dass die Netzhaut sich selbst in ihrer räumlichen Ausdehnung empfinde, und bestimmte Raumvorstellungen vermittels eines angeborenen Mechanismus entstehen, dass also auch die specielle Localisation jedes Eindruckes durch die unmittelbare Anschauung gegeben ist, wurde Helmholtz der eigentliche Gründer der empiristischen Theorie, wonach die Sinnesempfindungen für unser Bewusstsein nur Zeichen der äusseren Dinge und Vorgänge sind, deren Bedeutung kennen zu lernen unserm Verstande überlassen bleibt, und es sonach nicht nöthig erscheint, dass z. B. bei der Wahrnehmung örtlicher Unterschiede irgend welche Uebereinstimmung zwischen den Localzeichen für unsern Gesichtssinn und den ihnen entsprechenden äusseren Raumunterschieden existire, dass also überhaupt eine prästabilirte Harmonie bestehe zwischen den Gesetzen des Denkens und Vorstellens mit denen der äusseren Welt. Diesen physiologisch-philosophischen Betrachtungen gab er nun in den 1862—1864 erschienenen, auch in mathematischer Beziehung interessanten Arbeiten „Ueber den Horopter" eine festere Basis; indem er als Horopter den geometrischen Ort derjenigen Punkte des äusseren Raumes definirt,

welche sich auf correspondirenden Stellen beider Netzhäute abbilden und desshalb einfach gesehen werden, findet er für denselben im Allgemeinen eine räumliche Curve dritten Grades, und wenn ein Linienhoropter die Fläche genannt wird, in welcher gerade Linien bestimmter Richtung liegen müssen, damit bei einer fortdauernd congruenten Verschiebung in sich die Bilder sich noch in ganzen Linien decken, ohne dass die Punkte der Bilder zu correspondiren brauchen, so ergeben sich für den Vertical- und Horizontalhoropter oder für Linien, welche in beiden Sehfeldern normal oder parallel zu den Netzhauthorizonten erscheinen, Flächen zweiten Grades, deren Discussion Helmholtz in seiner „Physiologischen Optik" mit Hinzufügung der Annahme der Asymmetrie der Netzhäute und einer etwas veränderten Definition der identischen Stellen derselben in streng mathematischer Form durchführt. So entwickelt sich in ihm auf Grund unwiderlegbarer mathematisch-physikalischer Speculationen die Ueberzeugung, dass, so wie beim Acte des Sehens gleichzeitig zwei verschiedene Empfindungen unverschmolzen zum Bewusstsein kommen, und daher ihre Verschmelzung zu dem einfachen Anschauungsbilde der körperlichen Welt durch einen Act des Bewusstseins auf Grund der Erfahrung geschieht, es überhaupt unmöglich sei, den Theil unserer Anschauungen, welcher der unmittelbaren Empfindung angehört, von demjenigen zu trennen, der erst durch Erfahrung gewonnen ist, und dass nur die Beziehungen des Raumes und der Zeit, also auch der davon abgeleiteten der Zahl, somit nur das Mathematische, der äussern und innern Welt gemeinsam sind, in diesen allein also eine volle Uebereinstimmung der Vorstellungen mit den abgebildeten Dingen erstrebt werden kann. Und nun trat naturgemäss die Frage an ihn heran, mit deren Beantwortung er sich in den im Jahre 1868 erschienenen Arbeiten „Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen" beschäftigt, wodurch wird diese Uebereinstimmung der Raum- und Zeitvorstellungen mit den abgebildeten Dingen erreicht, was ist in diesen Vorstellungen à priorisch, was Ausfluss der Erfahrung, und welches ist der Ursprung der allgemeinen Raumanschauung überhaupt? Helmholtz verwahrt sich dagegen, etwa Widerspruch zu erheben gegen die

Kant'sche Auffassung des Raumes als transcendentaler Form der Anschauung; aber er hatte auf dem Gebiete der Sinneswahrnehmungen sich klar gemacht, dass es z. B. in der Organisation unseres Auges liegt, alles, was wir sehen, nur als eine räumliche Vertheilung von Farben zu sehen, ohne dass durch diese Gesichtswahrnehmung selbst irgendwelche räumliche oder zeitliche Aufeinanderfolge der Farben bedingt wird — und da lag für ihn die Frage nahe, ob denn diese transcendentale Form der Raumanschauung nothwendig die Annahme nach sich zieht, dass nach oder neben bestimmten Raumwahrnehmungen auch eine andere bestimmte eintreten müsse, oder — mit anderen Worten — ob damit die Annahme gewisser Axiome eingeschlossen ist. In dem Bestreben, die Begriffsentwicklungen in der Geometrie von den Ergebnissen der Erfahrung, die scheinbar als Denknothwendigkeiten auftreten, zu sondern, erkennt er als die Grundlage aller Beweise in der Euclid'schen Geometrie den Nachweis der Congruenz räumlicher Gebilde, und somit als Postulat die Vorstellung, dass diese Gebilde zu einander hin bewegt werden können, ohne ihre Form und Dimension zu ändern, und wird daher mit Nothwendigkeit vor die Frage gestellt, ob die Annahme der freien Beweglichkeit, welche wir von frühester Jugend an erfahren haben, keine logisch unerwiesene Voraussetzung einschliesst, wie sich ihm dies bei tieferem Eindringen in die Frage in der That mit immer grösserer Sicherheit ergiebt. Helmholtz malt sich die Geometrie aus, wie sie sich verstandbegabten Wesen von nur zwei Dimensionen darstellen würde, die an der Oberfläche irgend eines unserer festen Körper leben und nicht die Fähigkeit haben, irgend etwas ausserhalb dieser Oberfläche wahrzunehmen, indem er von der Annahme ausgeht, dass es uns als Bewohnern eines Raumes von drei Dimensionen möglich ist, uns die verschiedenen Arten, in denen flächenhafte Wesen ihre Raumvorstellungen ausbilden, zur Anschauung zu bringen und deren sinnliche Eindrücke uns auszumalen, während wir Räume von mehr als drei Dimensionen nicht mehr anschauen können, da alle unsere Mittel sinnlicher Wahrnehmung sich nur auf einen dreidimensionalen Raum erstrecken. Was wird dann aus den Axiomen unserer Geometrie, dass es zwischen zwei Punkten

nur eine kürzeste Linie, die gerade Linie, giebt, dass durch drei nicht in gerader Linie liegende Punkte des Raumes eine Fläche gelegt werden kann, in welche jede, zwei ihrer Punkte verbindende gerade Linie ganz hineinfällt, und die eine Ebene genannt wird, dass endlich, wenn zwei in derselben Ebene liegende und sich niemals schneidende Linien als parallel bezeichnet werden, durch einen ausserhalb einer geraden Linie liegenden Punkt zu dieser nur eine einzige parallele Gerade gelegt werden kann, und was wird aus all' den andern Axiomen, welche die Continuität der geometrischen Gebilde u. s. w. betreffen? Jene Flächenwesen würden ebenfalls im Allgemeinen kürzeste Linien zwischen je zwei Punkten ziehen können, die jedoch nicht nothwendig gerade Linien wären, und welche Helmholtz geradeste Linien nennt, aber schon in dem einfachsten Falle der Kugel würden zwischen je zwei Polen sich unendlich viele geradeste Linien legen lassen, parallele geradeste Linien würde man gar nicht ziehen können, und die Summe der Winkel im Dreieck würde von zwei Rechten verschieden sein; jene Wesen würden den Raum ebenfalls unbegrenzt, aber endlich ausgedehnt finden, und bei der Ausbildung einer Geometrie würden sie andere geometrische Axiome haben als wir, aber sie könnten noch immer ihre Raumgebilde beliebig auf der Kugel verschieben, ohne deren Dimensionen zu ändern. Doch auch diese Eigenschaft geht im Allgemeinen auf jedem andern Körper verloren, da nur solche Flächen eine derartige Verschiebung gestatten, welche in allen Punkten eine constante Krümmung besitzen, von denen die einer constanten positiven Krümmung durch Biegung ohne Dehnung und Zerreissung auf einer Kugel sich abwickeln lassen und sphärische Flächen, diejenigen einer constanten negativen Krümmung pseudosphärische Flächen genannt werden, und die analytische Untersuchung von Flächen der letzteren Art ergiebt, dass die geradesten Linien sich unendlich verlängern lassen, ohne wie bei der Kugel in sich zurückzulaufen, und dass wie in der Ebene zwischen zwei gegebenen Punkten immer nur eine kürzeste Linie möglich ist; aber die Gültigkeit des Parallelenaxioms hört hier auf, da sich durch einen Punkt ausserhalb einer geradesten Linie unendlich viele solcher Linien legen lassen, welche auch in's Unendliche

verlängert die erstere nicht schneiden, und die drei oben angeführten Axiome sind somit nothwendig und hinreichend, um die Fläche, auf welche sich die Euclid'sche Geometrie bezieht, im Gegensatz zu allen andern Raumgebilden zweier Dimensionen als Ebene zu charakterisiren. Treten wir nun in den Raum mit drei Dimensionen ein und vergleichen denselben, als ein Gebiet von Grössen betrachtet, in welchem die Lage eines jeden Punktes durch drei Abmessungen bestimmt werden kann, mit andern ebenfalls dreifach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten, wie sie z. B. die räumliche Darstellung des Systems von Farben liefert, um zu untersuchen, ob specielle charakteristische Eigenschaften unserm Raume zukommen, so zeigt sich in der That, dass derselbe noch besondere Bestimmungen enthält, welche bedingt sind durch die vollkommen freie Beweglichkeit der festen Körper mit unveränderter Form nach allen Orten hin und durch den besonderen Werth des Krümmungsmasses. Dieses ist für den thatsächlich vorliegenden Raum gleich Null zu setzen — so wie es unter allen Flächen für die Ebene allein und die auf diese abwickelbaren Flächen gleich Null wird – um den Euclid'schen Axiomen von der Eindeutigkeit der kürzesten Linie und von den Parallelen Genüge zu leisten; wäre letzteres von Null verschieden, so würden Dreiecke von grossem Flächeninhalte freilich eine andere Winkelsumme haben als kleine, aber das Resultat der geometrischen und astronomischen Messungen, welche uns die Winkelsumme eines Dreiecks nur nahezu und nie streng gleich zwei rechten Winkeln ergeben können, berechtigt uns offenbar nur zu schliessen, dass das Krümmungsmass unseres Raumes sehr klein ist; dass es in Wirklichkeit verschwindet, lässt sich nicht beweisen, es ist ein Axiom. Helmholtz geht aber weiter; er zeigt, dass wir uns den Anblick einer sphärischen, einer pseudosphärischen Welt, begrifflich entwickelt nach Analogie der oben charakterisirten Flächen, nach allen Richtungen hin ausmalen können, dass also die Axiome unserer Geometrie durchaus nicht in der gegebenen Form unseres Anschauungsvermögens begründet sein können, ja er macht es durch Abbildungsbetrachtungen plausibel, dass, wenn unsere Augen mit passenden Convexgläsern bewaffnet wären, uns der pseudosphärische Raum

verhältnissmässig gar nicht sehr fremdartig erschiene, und dass wir nur in der ersten Zeit bei der Abmessung der Grösse und Distanz fernerer Gegenstände Täuschungen unterworfen sein würden.

Diese Untersuchungen bildeten zum Theil den Inhalt einiger in Heidelberg im Jahre 1868 gehaltenen Vorträge, und zwanzig Jahre später kommt er in seiner Arbeit über „Kürzeste Linien im Farbensystem" auf seine und Riemann's Ergebnisse wieder zurück, nach welchen sich alle Eigenschaften der besonderen Art unseres Raumes daraus ableiten lassen, dass man den Werth der Entfernung zweier benachbarter Punkte durch die zugehörigen Incremente der Coordinaten ausdrücken kann, und somit von der Entfernung zweier Punkte eines festen Körpers verlangt, dass sie durch die Lage ihrer Endpunkte vollkommen gegeben sei und gleich bleibe bei allen möglichen Verschiebungen und Wendungen des festen Körpers. Indem er davon ausgeht, dass jede besondere Farbe sich herstellen lässt durch die Vereinigung der entsprechend abgemessenen Quanta dreier passend gewählter Grundfarben, welche die Stelle der Coordinaten vertreten, findet er in der Deutlichkeit der Unterscheidung zwischen zwei nahestehenden Farben eine der Entfernung für Punkte des Raumes analoge Grösse und stellt einen analytisch sehr einfach zusammengesetzten Ausdruck auf, von dem er hofft, dass er für den Bereich der Farbenempfindungen dieselbe Rolle spielen wird, wie die Formel für die Länge des Linienelementes in der Geometrie. Derselbe lässt den Grad der Deutlichkeit im Unterschiede zweier Farben erkennen, die sich gleichzeitig in den Quanten aller drei Grundfarben, welche in ihre Zusammensetzung eingehen, von einander unterscheiden und also in Helligkeit und Qualität verschieden sind, und analog den kürzesten Linien zwischen zwei Punkten im Raume definirt er als kürzeste Farbenreihen diejenigen Reihen von Uebergangsfarben zwischen zwei gegebenen Endfarben von verschiedener Qualität und Quantität, für welche die Summe der wahrnehmbaren Unterschiede ein Minimum ist. Diese Anschauung des Bereiches der Farbenempfindungen führt ihn auch in der Arbeit „Die erweiterte Anwendung des Fechner'schen Gesetzes im Farbensystem" dazu, dieses Gesetz, welches nur Aenderungen der Lichtstärke bei

ungeänderter Mischung des Lichtes in Frage zog, auf Mannigfaltigkeiten von mehr als einer Dimension auszudehnen, und die Grösse der unterscheidbaren Abstufungen in den Farbentönen und in der Sättigung der Farben bei gleichzeitiger Aenderung der Helligkeit in Betracht zu ziehen. Endlich kommt er noch in einer seiner letzten Arbeiten „Ueber den Ursprung der richtigen Deutung unserer Sinneseindrücke“ wieder auf die Frage der Raumanschauung zurück und wird zu überaus geistvollen und bedeutsamen philosophischen Betrachtungen geleitet. Die Vorstellung der stereometrischen Form eines körperlichen Objects spielt für ihn die Rolle eines aus einer grossen Reihe sinnlicher Anschauungsbilder zusammengefassten Begriffs, der ganz unabhängig von der geometrischen Definition nur durch die lebendige Vorstellung des Gesetzes, nach dem seine perspectivischen Bilder auf einander folgen, zusammengehalten wird, und von dieser Anschauung ausgehend erkennt er in der unbewussten Thätigkeit unseres Gedächtnisses die Veranlassung zu all' den Vorstellungsverbindungen, deren Resultate wesentlich mit denen des bewussten Denkens übereinstimmen. Dann ist aber nach ihm der Inductionsschluss nichts anderes als die Erwartung, dass die in ihren Anfängen beobachtete Erscheinung unseren bisherigen Wahrnehmungen entsprechend weiter verlaufen wird, und die falschen Inductionen identisch mit unsern Sinnestäuschungen, so dass unser Wissen nur die Kenntniss des Objectes in Worte fasst, von dem wir vermöge der uns angeborenen Organisation und mit Hülfe der auf unbewusster Arbeit des Gedächtnisses beruhenden Inductionsschlüsse ein Anschauungsbild gewonnen haben.

Erst lange nach Veröffentlichung seiner Arbeiten über die Axiome der Geometrie wandte er sich, immer wieder angeregt durch die Thatsache der geringen Anzahl und der unmittelbaren Evidenz der Axiome der Mathematik und Mechanik bei ihrem unendlichen Umfange, im Jahre 1887 in einer Eduard Zeller zu dessen fünfzigjährigem Doctorjubiläum gewidmeten Schrift der erkenntnisstheoretischen Untersuchung des Zählens und Messens zu, um auch hier der Ansicht Kant's entgegenzutreten, dass die Axiome der Arithmetik a priori gegebene Sätze seien, welche die

transcendentale Anschauung der Zeit in demselben Sinne näher bestimmen, wie die Axiome der Geometrie die des Raumes, und legt sich die Frage nach der Bedeutung und Berechtigung der Rechnung mit reinen Zahlen und der Möglichkeit von deren Anwendung auf physische Grössen vor. Indem er das Zählen daraus herleitet, dass wir im Stande sind, die Reihenfolge, in der Bewusstseinsacte zeitlich nach einander eingetreten sind, im Gedächtniss zu behalten, wird für ihn die Lehre von den reinen Zahlen lediglich eine auf psychologischen Thatsachen aufgebaute Methode zur folgerichtigen Anwendung eines Zeichensystems von unbegrenzter Ausdehnung und Möglichkeit der Verfeinerung, zum Zwecke der Darstellung der verschiedenen, zu demselben Endergebniss führenden Verbindungsweisen dieser Zeichen. Nach der aus dieser Anschauung gewonnenen Definition der gesetzmässigen Reihe der positiven ganzen Zahlen und der Eindeutigkeit ihrer Aufeinanderfolge stellt er den Begriff der Addition der reinen Zahlen fest, und zeigt, dass sich die Axiome der Arithmetik von der Gleichheit zweier Zahlen in Rücksicht einer dritten, das Associationsgesetz der Addition und das Commutationsgesetz nur durch die Uebereinstimmung des Ergebnisses mit dem, welches aus dem Zählen von äusseren zählbaren Objecten hergeleitet werden kann, beweisen lassen; damit aber die Objecte zählbar sind, müssen gewisse Bedingungen erfüllt werden, über deren Vorhandensein nur die Erfahrung entscheiden kann. Indem nun Objecte, welche in irgend einer bestimmten Beziehung gleich sind und gezählt werden, als Einheit der Zählung, die Anzahl derselben als eine benannte Zahl, und die besondere Art der Einheiten, die sie zusammenfasst, als Benennung der Zahl bezeichnet werden, wird der Begriff der Gleichheit zweier Gruppen von benannten Zahlen gleicher Benennung durch dieselbe Anzahl festgestellt. Nennt man nun Objecte oder Attribute von Objecten, die mit ähnlichen verglichen den Unterschied des grösser, gleich oder kleiner zulassen, Grössen — worüber nur die empirische Kenntniss gewisser Seiten des physischen Verhaltens beim Zusammentreffen und Zusammenwirken mit andern entscheiden kann — und können wir diese Grössen durch eine benannte Zahl ausdrücken, so

nennen wir diese den Werth der Grösse und das Verfahren, durch welches wir die benannte Zahl finden, die Messung derselben. So messen wir eine Kraft entweder durch die Massen und Bewegungen des Systems, von welchem sie ausgeübt wird, oder bei der dynamischen Messung durch die Massen und die Bewegung des Systems, auf welches sie wirkt, oder endlich bei der statischen Methode der Kraftmessung dadurch, dass wir die Kraft mit bekannten Kräften in's Gleichgewicht bringen. Es bleibt somit nur die Frage zu beantworten, wann können wir Grössen durch benannte Zahlen ausdrücken, und was wird damit an thatsächlichem Wissen erreicht? und zu dem Zwecke werden nun die für die Physik so interessanten und wichtigen Betrachtungen angestellt über physische Gleichheit und über das Commutations- und Associationsgesetz physischer Verknüpfungen, wobei die Addition als eine solche von Grössen gleicher Art definirt wird, deren Ergebniss nicht geändert wird durch Vertauschung der einzelnen Elemente unter sich oder durch Vertauschung der Glieder mit gleichen Grössen gleicher Art. Bei der Einführung der irrationalen Verhältnisse endlich stellt sich Helmholtz auf den Standpunkt des Physikers, den er auch stets, wie wir später sehen werden, bei der Erörterung der Principien der Mechanik und mathematischen Physik festhält, indem er erklärt, dass wir in der Geometrie und Physik noch nicht solchen discontinuirlichen Functionen begegnet sind, zu deren Berechnung die Kenntniss der hinreichend eng gezogenen Grenzen, zwischen denen der irrationale Werth liegt, nicht genügt; freilich kennt der Mathematiker auch Functionen anderer Art, und die neuesten Untersuchungen Boltzmann's scheinen solchen analytischen Gebilden auch eine Existenz in der Physik zuweisen zu wollen.

Indem wir uns nun zu dem weitaus schwierigeren Theile unserer Aufgabe, zur Darlegung der Verdienste Helmholtz's um die analytische Mechanik wenden, um die durch einige seiner glänzendsten Arbeiten erfolgte theilweise Umgestaltung der Principien derselben erkennen zu lassen, wird es nöthig sein, die Wege genauer zu verfolgen, die ihn durch die grosse Reihe bewundernswerther mathematisch-physikalischer Untersuchungen und

weittragender physikalischer Entdeckungen, welche wir nach den grossen Klassen der hydrodynamischen, aerodynamischen und elektrischen Arbeiten sondern werden, schliesslich zur Untersuchung der Axiome der Mechanik geführt haben.

Um sich über die den Gesetzen der mechanischen Naturwissenschaften widersprechende Annahme vieler damaliger Physiologen, dass durch die sogenannte Lebenskraft Naturkräfte in's Unendliche erzeugt werden können, ein Urtheil zu bilden, beschäftigt er sich, von der durch die mechanischen Gesetze erwiesenen Voraussetzung ausgehend, dass eine bestimmte Quantität einer bewegenden Kraft bei aller Complication ihres Mechanismus immer nur dasselbe bestimmte Quantum von Bewegung hervorbringen könne, in seiner „Theorie der physiologischen Wärmeerscheinungen“ mit der für die theoretische Ansicht vom Lebensprocesse so wichtigen Frage über den Ursprung der thierischen Wärme. Die Resultate dieser Untersuchung sowie der ziemlich gleichzeitig angestellten „über die Wärmeentwicklung bei der Muskelaction“ gaben ihm die Bestätigung des grossen Gesetzes von der Erhaltung der Kraft, das den Inhalt eines im Jahre 1847 in der physikalischen Gesellschaft zu Berlin gehaltenen Vortrages bildete. Es war gewiss ein für die Geschichte der Wissenschaften interessanter Moment, als heute vor 30 Jahren einer der ausgezeichnetsten Physiker unseres Jahrhunderts, Gustav Kirchhoff, von eben dieser Stelle aus in seiner schönen und lichtvollen Rede „Ueber das Ziel der Naturwissenschaften“ in Gegenwart von Helmholtz die Erkenntniss dieses Gesetzes die unzweifelhaft wichtigste nannte, die in unserm Jahrhundert auf dem Gebiete der Naturwissenschaften gewonnen worden, und noch heute nach 50 Jahren behauptet Hertz in seinem nachgelassenen Werke „Die Principien der Mechanik“, dass die Physik am Ende unseres Jahrhunderts einer völlig neuen Denkweise ihre Vorliebe zugewandt hat und beeinflusst von dem überwältigenden Eindrucke, welchen die Helmholtz'sche Entdeckung von der Constanz der Energie der Physik gemacht, es nunmehr liebt, die Rückführung der Erscheinungen auf die Gesetze der Energieverwandlung als ihr letztes Ziel zu

behandeln. Ich muss zum Verständniss dieser grossen Entdeckung von Helmholtz, sowie seiner späteren fundamentalen Arbeiten über die Principien der Mechanik einen kurzen Rückblick auf die Entwicklung der theoretischen Mechanik überhaupt werfen.

Aus den ersten Untersuchungen über den Hebel, die Rolle und die schiefe Ebene entwickelten sich sehr bald die allgemeinen Anschauungen, welche die Lehre vom Gleichgewicht begründeten, und die Definition der Arbeit als das Produkt aus der Grösse einer Kraft in die, in der Richtung dieser gemessene, unendlich kleine Verschiebung eines materiellen Punktes liess als Grundlage der gesammten Statik das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten erkennen, nach welchem sich irgend ein materielles System dann und nur dann im Gleichgewicht befindet, wenn für jede virtuelle d. h. mit den Verbindungen der Punkte verträgliche unendlich kleine Verrückung die Arbeit des gesammten Systems gleich Null ist. Nachdem weiter durch Galilei die Kenntniss der Trägheit der Massen, durch Newton der Begriff der Fernkraft hinzugekommen, entwickelte sich die Mechanik auf der Grundlage der drei berühmten Newton'schen Gesetze, nach welchen jeder Körper in seinem Zustande von Ruhe oder von gradliniger gleichförmiger Bewegung verharrt, ausser wenn er durch äussere Kräfte zu einer Veränderung dieses Zustandes veranlasst wird, ferner die Beschleunigung eines einzelnen materiellen Punktes in der Richtung der Kraft erfolgt, welche auf den Punkt wirkt, und gleich der Grösse der Kraft ist, dividirt durch die Masse des Punktes, und endlich die Wirkungen zweier Körper auf einander immer gleich sind und entgegengesetzte Richtungen haben. So gelangte man wenigstens für Newton'sche Kräfte und unter der Annahme fester Verbindungen zwischen den materiellen Punkten des Systems zu dem die ganze Dynamik beherrschenden d'Alembert'schen Princip: Wenn man gewonnene Kraft diejenige nennt, die man zu der auf jeden Punkt wirkenden hinzufügen müsste, wenn derselbe sich im isolirten Zustande so bewegen sollte, wie er es in Wirklichkeit thut, so sagt das d'Alembert'sche Princip aus, dass sich die sämmtlichen gewonnenen Kräfte das

Gleichgewicht halten, und liefert dem Mathematiker ein Mittel, wenn die Bewegungsbeschränkungen der Punkte des Systems in analytisch darstellbaren Gleichungen ihrer Coordinaten, ferner die Kräfte, die auf diese wirken, sowie Ort und Geschwindigkeit eines jeden Punktes des Systemes für irgend einen Moment gegeben sind, die Lage derselben zu jeder Zeit zu ermitteln. Die Fortentwicklung der Mechanik in dieser Richtung würde somit die Erforschung aller Kräfte der Natur d. h. aller Eigenschaften der Materie erfordern, da die letztere für uns keine andern Merkmale hat als die Kräfte, welche ihre Theile auf einander ausüben. Nachdem nun diese beiden Grundprincipien der Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung erkannt waren, bestrebte man sich, allgemeine Gesetze und Eigenschaften der Bewegung zu ermitteln, und eine der wichtigsten und folgereichsten Entdeckungen war die von Huyghens, Johann und David Bernoulli gegebene Herleitung des Princips von der Erhaltung der lebendigen Kraft; nennt man nämlich das halbe Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit eines Punktes die lebendige Kraft desselben, und für ein aus beliebig vielen Punkten bestehendes materielles System, in welchem die einzelnen Punkte Beschränkungen ihrer freien Beweglichkeit unterliegen dürfen, die Summe der einzelnen lebendigen Kräfte die lebendige Kraft des Systems oder dessen kinetische Energie, so ist der Zuwachs, welchen ein den Bedingungen des d'Alembert'schen Princips unterliegendes materielles System bei der Bewegung von irgend einer Lage aus in irgend eine andere an lebendiger Kraft gewinnt, genau gleich der in der Zwischenzeit von den Kräften geleisteten Arbeit. Hängt nun die während der Bewegung geleistete Arbeit nur von der Anfangs- und Endlage ab, so folgt hieraus, dass, wenn ein System bei der Bewegung wieder in seine Anfangslage zurückkehrt, auch seine kinetische Energie wieder denselben Werth erlangt, und dieses Gesetz nennt man den Satz von der Erhaltung der kinetischen Energie, sowie die Systeme, für welche dasselbe gilt, conservative Systeme. Eine einfache Umformung dieses Satzes führt aber zu den weittragendsten Folgerungen; die Thatsache nämlich, dass ein Körper bei seiner Bewegung von einer Lage in

eine andere eine bestimmte Arbeit leistet, sagt nichts anderes aus, als dass seine Leistungsfähigkeit oder potentielle Energie in der Anfangslage um die geleistete Arbeit grösser ist als in seiner Endlage, so dass für conservative Systeme der oben ausgesprochene Satz von der Erhaltung der kinetischen Energie in das Gesetz von der Constanz der Energie übergeht, dass bei der Bewegung eines beliebigen conservativen Systems die Summe der potentiellen und kinetischen Energie unveränderlich ist, jedoch nur unter der wesentlichen Voraussetzung, dass die bei der Bewegung des Systems geleistete Arbeit nicht von dem beschriebenen Wege, sondern nur von der Anfangs- und Endlage des Systems abhängig ist. Für die Newton'schen Kräfte und Systeme, für welche dieses Princip zunächst gilt, besagt nun offenbar die Gültigkeit dieses Gesetzes nichts anderes als die Unmöglichkeit des perpetuum mobile oder durch irgend eine Combination von Naturkörpern bewegende Kraft fortdauernd aus nichts zu erschaffen, da wir vermöge der auf dem einen Wege im Vergleich zum andern, den wir zur Zurückführung des Systems benutzen, gewonnenen Arbeitsgrösse mechanische Kraft in's Unbestimmte erzeugen könnten. Nun war zwar die Unmöglichkeit eines solchen für die Kräfte der angegebenen Art längst erkannt, und also auch für diese das Gesetz von der Constanz der Energie, aber nicht alle Kräfte der Natur schienen diese Eigenschaft zu theilen, und somit auch dem erwähnten Gesetze unterworfen zu sein. Wenn ein System sich auf ein und derselben Bahn erst ohne und dann mit Reibung bewegt, so wird im letzteren Falle die kinetische Energie wegen der verminderten Geschwindigkeit kleiner sein, und man wird daher, um den Satz von der Constanz der Energie in seiner ganzen Allgemeinheit aufrecht zu erhalten, den Begriff der potentiellen Energie, die bisher nur eine Energie der Lage gewesen, auch auf die Energie ausdehnen müssen, welche sich in Form von Wärme und anderen Naturkräften darstellt, also in dem obigen Falle den Verlust an kinetischer Energie durch eine in Folge der Reibung entstandene aequivalente Wärmemenge ersetzen müssen. So hat R. Mayer, von der Voraussetzung ausgehend, dass die Erschaffung und Vernichtung einer Kraft ausser dem Bereiche

menschlichen Denkens und Wirkens liege, die Aequivalenz von Wärme und mechanischer Arbeit als Grundgesetz der Naturerscheinungen ausgesprochen. Helmholtz zog nun, ohne von den Untersuchungen Mayer's Kenntniss zu haben, gleich von vornherein alle Naturkräfte in den Kreis seiner Betrachtungen und folgerte aus der Annahme der Gültigkeit des Gesetzes von der Constanz der Energie, dessen Richtigkeit er experimentell prüfen und für eine grosse Reihe physikalischer Vorgänge erweisen konnte, die Unmöglichkeit eines perpetuum mobile, auch wenn Wärme, Licht, Elektricität und chemische Processe als wirkende Kräfte eintreten, oder des demselben aequivalenten Satzes, dass die Arbeit, die irgendwelche Naturkräfte leisten, indem ihre Angriffspunkte aus einem gewissen Anfangszustande in einen gewissen Endzustand übergehen, nur von diesen beiden Zuständen, aber nicht von der Art des Ueberganges abhängt. Indem er daraus folgerte, dass in jedem abgeschlossenen Systeme einem Gewinne an Energie ein gleicher Verbrauch von Energie entsprechen muss, gelangte er zu der grossen und umfassenden Wahrheit, dass die Leistungsfähigkeit der Welt constant ist.

In seiner stets so bewundernswerthen Bescheidenheit hebt er hervor, dass es nur seine Absicht war, den Physikern in möglichster Vollständigkeit die theoretische, praktische und heuristische Wichtigkeit des Gesetzes von der Constanz der Energie darzulegen, „dessen vollständige Bestätigung wohl als eine der Hauptaufgaben der nächsten Zukunft der Physik betrachtet werden muss," und es mag nur noch, um immer wieder auf die naturphilosophischen Anschauungen Helmholtz's hinzuweisen, hervorgehoben werden, dass er im Gegensatz zu den Anhängern metaphysischer Speculation, welche das Gesetz von der Erhaltung der Kraft als ein a priorisches hinzustellen suchten, das Gesetz, wie alle Kenntniss von den Vorgängen der wirklichen Welt, auf inductivem Wege gefunden erklärte, und zwar durch die nach vielen vergeblichen Versuchen gewonnene Induction, dass man ein perpetuum mobile nicht bauen kann. Dieses grosse allgemeine Gesetz, welches die quantitativen Verhältnisse regelt, die bei Umsetzungen walten müssen, liess jedoch noch unentschieden, ob Arbeit unbegrenzt in Energie

der Wärme und umgekehrt sich verwandeln lässt, und wie es sich damit beim Lichte, der Elektricität und andern Naturkräften verhält, Fragen, deren Beantwortung erst später die tiefe und umfassende Bedeutung des Energiebegriffes in der mathematischen Physik darlegen sollte.

Nachdem Helmholtz dieses Grundprincip der Mechanik für die Physik nach den verschiedensten Seiten hin durchforscht hatte, wandte er sich neben physiologischen Untersuchungen, wie schon aus seinen Berichten über die „Theorie der Akustik“ hervorgeht, sehr allgemeinen mechanischen Problemen, specieller hydrodynamischen Untersuchungen zu und legte im Jahre 1858 in seiner berühmten Arbeit „Ueber die Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen“ die Grundlage zu einer völlig neuen Anschauung der Bewegung der Flüssigkeiten, die später durch W. Thomson in seiner Theorie der Wirbelatome und andere Physiker für die verschiedensten Theile der Naturwissenschaften fruchtbar gemacht wurde. Unter der Annahme, dass der Druck in einer idealen d. h. nicht reibenden Flüssigkeit nach allen Seiten derselbe sei, war es bereits Euler und Lagrange gelungen, analytische Beziehungen aufzustellen zwischen dem Drucke in der Flüssigkeit, deren Dichtigkeit, der Zeit, den Coordinaten eines Theilchens und einerseits den Geschwindigkeitscomponenten desselben, andererseits der Lage dieses Theilchens beim Beginne der Bewegung, und ferner die sogenannte Continuitätsgleichung zu folgern, welche aussagt, dass die Masse eines bestimmten materiellen Theilchens der Flüssigkeit sich mit der Zeit nicht ändere, also die Oberfläche der Flüssigkeit stets aus denselben Theilchen zusammengesetzt sein müsse. Alle diese Gleichungen bilden für die Theorie der Bewegung idealer Flüssigkeiten das Analogon zu dem oben erwähnten d'Alembert'schen Princip und führen die Bestimmung der variabeln Grössen durch die Zeit und die Anfangszustände auf ein rein mathematisches Problem zurück, dessen Auflösung uns, um mich einer Kirchhoff'schen Ausdrucksweise zu bedienen, die Bewegung beschreiben wird. In der That ist auch die eben bezeichnete Aufgabe in einzelnen Fällen gelöst worden, in welchen die Componenten der Geschwindigkeit jedes Wassertheilchens gleich

gesetzt werden können den nach den entsprechenden Richtungen genommenen Differentialquotienten einer bestimmten Function, welche Helmholtz das Geschwindigkeitspotential nennt, und die wenigstens für incompressible Flüssigkeiten vermöge der Continuitätsgleichung dieselben Eigenschaften besitzt, welche dem Potential gravitirender Massen in Punkten ausserhalb dieser Massen zukommen. Aber ein solches Geschwindigkeitspotential existirt nicht immer, und desshalb greift Helmholtz das überaus schwierige Problem der Bewegungsformen in jener Arbeit, welche in dem Jahre seiner Uebersiedlung nach Heidelberg erschien, ganz allgemein an.

Zunächst erkennt er, dass die Veränderung, welche ein unendlich kleines Flüssigkeitsvolumen in einem unendlich kleinen Zeittheilchen erleidet, zusammengesetzt ist aus drei verschiedenen Bewegungen, einer Fortführung des Theilchens durch den Raum hin, einer Ausdehnung oder Zusammenziehung desselben nach drei auf einander senkrechten Richtungen und endlich einer Rotation um eine temporäre Drehaxe, wobei die Existenz von Rotationsbewegungen ausgeschlossen ist, wenn ein Geschwindigkeitspotential existirt. Helmholtz nennt nun Bewegungen, denen ein Geschwindigkeitspotential nicht zukommt, Wirbelbewegungen, und indem er die Aenderungen der Rotationsgeschwindigkeiten während der Bewegung zu bestimmen sucht, findet er, dass diejenigen Flüssigkeitstheilchen, welche nicht schon Rotationsbewegungen haben, auch im Verlaufe der Zeit keine Rotationsbewegungen bekommen; nennt man nun eine Wirbellinie eine solche, deren Richtung überall mit der Richtung der augenblicklichen Rotationsaxe der dort befindlichen Theilchen zusammentrifft, so ergibt sich der merkwürdige Satz, dass eine jede Wirbellinie fortdauernd aus denselben Theilchen zusammengesetzt bleibt, während sie mit diesen Theilchen in der Flüssigkeit fortschwimmt, und dass die Grösse der resultirenden Rotationsgeschwindigkeit in einem bestimmten Flüssigkeitstheilchen sich in demselben Verhältniss ändert wie der Abstand dieses Theilchens von seinen Nachbaren in der Wirbellinie. Bezeichnet man weiter als Wirbelfaden den durch einen unendlich dünnen Mantel von Wirbellinien eingeschlossenen Theil der Flüssigkeit, so bleibt das Produkt

aus der Rotationsgeschwindigkeit und dem Querschnitt eines Wirbelfadens in der ganzen Länge desselben und auch bei der Fortbewegung constant, so dass ein Wirbelfaden nirgends in der Flüssigkeit aufhören darf, sondern entweder ringförmig innerhalb derselben in sich zurückläuft oder bis an die Grenzen dieser reicht. Indem nun Helmholtz noch die Lösung der Aufgabe angreift, aus den Wirbelgeschwindigkeiten die Bewegungsgeschwindigkeiten zu berechnen, hat er durch diese auch in mathematischer Beziehung höchst interessanten Untersuchungen die Reihe der Bewegungsformen wenigstens für die Vorstellung zugänglich gemacht, wenn auch die analytische Ausführung der Probleme nur in den einfachsten Fällen möglich war. Unter gewissen Voraussetzungen über die Natur der Umgebung enthalten die Wirbelfäden und Wirbelringe unveränderlich dieselbe Menge Flüssigkeit und sind unzerstörbar; dann werden zwei Wirbelringe, deren Axe dieselbe ist, und die gleiche Rotationsrichtung besitzen, in gleichem Sinne fortschreiten, und zwar wird der vorangehende sich erweitern und langsamer sich bewegen, der nachfolgende sich verengern und schneller fortschreiten, um schliesslich, vorausgesetzt dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten innerhalb bestimmter Grenzen liegen, den andern einzuholen, durch ihn hindurchzugehen und jetzt bei der weiteren Bewegung die Rolle des ersteren zu übernehmen, wobei freilich in Wirklichkeit die Erscheinungen der Wirbelbewegung in Folge der Reibung sich sehr bald anders gestalten werden.

Die Gesetzmässigkeit und relative Stabilität der Wirbelerscheinungen hat W. Thomson, um die Theorie der Continuität der Materie und die Atomentheorie in einer Anschauung zu vereinigen, zu der interessanten Hypothese geführt, den Atomen die Gestalt von Wirbelringen zu geben, und, was weit wichtiger werden sollte, ihn veranlasst, die Resultate der Theorie der Wirbelbewegung mit der Bewegung fester Körper in Flüssigkeiten in Verbindung zu bringen, und so jene Untersuchungen mit vorzubereiten, welche die Fernkräfte aus der Physik fortschaffen wollen, und auf die ich bei den späteren Arbeiten von Helmholtz wieder zurückkommen werde.

Aber sehr bald genügten Helmholtz seine bisher angestellten hydrodynamischen Untersuchungen nicht mehr, und während der Bearbeitung seines so berühmt gewordenen Handbuchs der physiologischen Optik wurde er zu der Ueberzeugung geführt, dass, wenn man bei der Behandlung von Bewegungsproblemen tropfbarer Flüssigkeiten auch nur einigermassen übereinstimmende Resultate zwischen Theorie und Experiment erzielen wolle, die Reibung der Flüssigkeitstheilchen unter einander, sowie diejenige an den Wänden des Gefässes nicht ausser Betracht bleiben dürfen. Wie man schon früher durch Versuche von Bessel angeregt das Problem der Schwingungen einer Pendelkugel unter dem Einfluss einer umgebenden Flüssigkeit behandelt hatte, untersucht er ebenfalls auf Grund Bessel'scher Beobachtungen mit Hülfe der bereits bekannten Bewegungsgleichungen für das Innere einer tropfbar flüssigen Masse, welche der Reibung unterworfen ist, die um einen der Durchmesser vor sich gehenden drehenden Schwingungen einer Pendelkugel, deren Hohlraum von einer reibenden Flüssigkeit erfüllt ist; es gelingt ihm, das Problem mathematisch durchzuführen, die Wellenbewegungen der Flüssigkeit mit Berücksichtigung der Reibung zu charakterisiren, und auf diese Weise theoretisch die experimentell ausgeführten Bestimmungen der Reibungsconstanten der verschiedenen Flüssigkeiten zu controlliren.

Nachdem er noch zwei für Theorie und Praxis gleich wichtige Sätze aufgestellt, nach welchen unter bestimmten Voraussetzungen die Strömungen reibender Flüssigkeiten durch cylindrische Röhren bei stationärem Strome sich so vertheilen, dass der Verlust an lebendiger Kraft durch die Reibung ein Minimum wird, und im Falle des Gleichgewichts eines schwimmenden Körpers im langsamen stationären Strome die Reibung selbst einen kleinsten Werth annimmt, dringt er, nachdem ihn schon seine allgemeine Transformationsmethode der Probleme der elektrischen Vertheilung auf die mathematisch so wichtigen Abbildungsprobleme geführt hatte, in der im Jahre 1868 veröffentlichten functionentheoretisch äusserst interessanten Arbeit „Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen" tiefer in die Lehre vom Ausfluss der Flüssigkeiten und der Bildung freier Strahlen ein und behandelt

die hiefür charakteristischen Erscheinungen der Discontinuität der Bewegung und des Entstehens von Wirbeln. Helmholtz geht von der Ueberlegung aus, dass durch die Natur des Problems, die Entstehung freier Flüssigkeitsstrahlen zu beschreiben, von selbst das Eintreten einer Discontinuität gefordert wird, und dass somit die hydrodynamischen Grundgleichungen die Möglichkeit einer discontinuirlichen Beziehung der in ihnen vorkommenden Grössen zulassen müssen. In der That zeigte sich, dass in einer bewegten incompressibeln Flüssigkeit der Druck, dessen Verminderung der lebendigen Kraft der bewegten Flüssigkeitstheilchen direct proportional ist, sobald die letztere eine gewisse Grösse übersteigt, negativ werden, und die Flüssigkeit zerreissen muss, und es wird nachgewiesen, dass jede geometrisch vollkommen scharf gebildete Kante, an welcher Flüssigkeit vorbeifliesst, selbst bei der mässigsten Geschwindigkeit der übrigen Flüssigkeit dieselbe zerreissen und eine Trennungsfläche herstellen wird, dass dagegen an unvollkommen ausgebildeten abgerundeten Kanten dasselbe erst bei grösseren Geschwindigkeiten stattfindet. Mit Hülfe von Methoden der Funktionentheorie wird nun die überaus schwierige Frage nach der Gestalt des freien Strahles unter der Voraussetzung erörtert, dass von der Reibung abgesehen wird, äussere Kräfte nicht wirken, die Bewegung stationär ist, das Geschwindigkeitspotential nur von zwei Coordinaten abhängt, und dass Gefäss und Oeffnung ganz speciellen Bestimmungen unterliegen; endlich wird für die Beschreibung der Bewegung der Flüssigkeitstheilchen im Ausflussstrahle selbst die Fruchtbarkeit der früher in Betreff der Wirbel gewonnenen Resultate nachgewiesen.

Zugleich mit seinen hydrodynamischen Forschungen entwickelten sich schon im Anfange seiner Heidelberger Zeit die akustischen und aerodynamischen Untersuchungen; in seinen Arbeiten „Ueber Combinationstöne“ und „Ueber die Klangfarbe der Vocale“ nimmt er die schon in früheren kleineren Arbeiten vertretene Ansicht anderer Physiker wieder auf, dass jeder Klang d. h. jede Empfindung, wie sie die von einem einzelnen tönenden Körper ausgehende Luftbewegung erregt, sich zusammensetzt aus Empfindungen oder Tönen, wie sie durch eine einfache pendelartige Luftbewegung her-

vorgebracht werden, und formulirt diese Hypothese mathematisch dadurch, dass er von der Fourier'schen Darstellung einer jeden periodischen Bewegung durch eine Summe von sinus-Bewegungen ausgehend, die Höhe eines Klanges als die Höhe des tiefsten darin enthaltenen Tones, des Grundtones, definirt, während die übrigen als Obertöne bezeichnet werden. Die genauere experimentelle Untersuchung ergab, dass die musikalische Klangfarbe nur von der Anwesenheit und Stärke, aber nicht von den Phasenunterschieden der Obertöne abhängt, die in dem Klange enthalten sind, dass man die Klangmassen, die auf das Ohr eindringen, in ihre einfachen Bestandtheile zerlegen und aus diesen wieder zusammensetzen kann, und dass ferner die Vokalklänge sich von den Klängen der meisten andern musikalischen Instrumente wesentlich dadurch unterscheiden, dass die Stärke ihrer Obertöne nicht von der Ordnungszahl derselben, sondern von deren absoluter Tonhöhe abhängt. Immer wieder ist sein Bestreben erkennbar, auf allen Gebieten der Sinneswahrnehmungen den wesentlichen Unterschied festzustellen zwischen Empfindungen, insofern sie uns nur als Zustände unseres Körpers, speciell unserer Nervenapparate zum Bewusstsein kommen, wie die Obertöne, und den Wahrnehmungen, insofern wir aus ihnen uns die Vorstellung äusserer Objecte bilden, wie der aus den Partialtönen zusammengefasste Klang.

Nun war aber bei allen bisherigen Betrachtungen der Akustik die sehr allgemeine Hypothese gemacht worden, dass die schwingenden Bewegungen der Luft und anderer elastischer Körper, welche durch mehrere gleichzeitig wirkende Tonquellen hervorgebracht werden, immer die genaue Summe der Bewegungen sind, welche die einzelnen Tonquellen hervorbringen. Indem Helmholtz erkannte, dass dieses Gesetz nur in aller Strenge gilt, wenn die Schwingungen von unendlich kleiner Grösse sind, die Dichtigkeitsänderungen also so klein sind, dass sie verglichen mit der ganzen Dichtigkeit nicht in Betracht kommen, und ebenso die Verschiebungen der schwingenden Theilchen verschwindend klein sind gegenüber den Dimensionen der ganzen Massen, gelangt er für den Fall, dass dieses Gesetz nicht zutrifft, zur

Erklärung der Combinationstöne, deren objective Existenz unabhängig vom menschlichen Ohre er nachweist, und unterscheidet wieder von diesen Combinationstönen, bei welchen die Addition der Schwingungen ausserhalb oder innerhalb des Ohres Störungen erleidet, die Schwebungen, bei welchen die objectiven Bewegungen dem oben genannten Gesetze folgen, aber die Addition der Empfindungen nicht ungestört stattfindet.

Sehr bald greift er aber noch tiefer in die Theorie der Akustik ein und stellt mit den feinsten Hülfsmitteln der Analysis in seiner berühmten Abhandlung „Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden“ (1859) Untersuchungen über die Bewegung der Luft an, die seinen vorher besprochenen hydrodynamischen analog sind, indem er die Frage aufwirft, in welcher Weise sich ebene Schallwellen, die im Innern einer cylindrischen Röhre erregt werden und einem einfachen Tone entsprechen bei ihrem Uebergange in den freien Raum verhalten, um vor allem die Schwingungsform zu ermitteln, welche sich schliesslich herstellt, wenn die die Schwingungen erregende Ursache dauernd und gleichmässig fortwirkt. Nachdem er die wichtigsten allgemeinen Sätze der Potentialfunktion für die Lehre von den Schallwellen anwendbar gemacht und als Basis für die weitere Untersuchung den interessanten Satz aufgestellt hat, dass, wenn in einem Punkte eines mit Luft gefüllten Raumes Schallwellen erregt werden, das Geschwindigkeitspotential derselben in irgend einem andern Punkte ebenso gross ist, als es in dem ersteren sein würde, wenn im letzteren Wellen von derselben Intensität erregt würden, womit auch Gleichheit des Phasenunterschiedes in beiden Fällen verbunden ist, gelingt es ihm unter gewissen Beschränkungen für die Dimension der Oeffnung zwischen den im Innern der Röhre erzeugten ebenen und den sich halb kugelförmig ausbreitenden Wellen in den entfernten Theilen des freien Raumes gewisse Beziehungen herzuleiten, und damit die Frage über den Einfluss des offenen Endes auf die ebenen Wellen zu beantworten. Die weitere Untersuchung liefert die Lage der Schwingungs-Maxima und -Minima und die davon abhängende Höhe der Töne stärkster Resonanz, und behandelt die schwierige Frage nach einer Reihe von Röhren-

formen, für welche sich die Luftbewegung in der Mündung für Schallwellen grosser Wellenlänge charakterisiren lässt; besser stimmen die Ergebnisse der Rechnung mit dem Experiment, wie er in einer späteren Arbeit gezeigt hat, wenn noch die innere Reibung in der Luft in Rücksicht gezogen wird.

Alle diese Resultate seiner akustischen Untersuchungen, von denen ich dem Zwecke meines Vortrages entsprechend nur die mathematisch besonders interessanten hervorhebe, finden sich in zusammenhängender Darstellung in seinem berühmten Werke „Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik" vereinigt, welches eine Fülle für die Geschichte und das Wesen der Musik wichtiger Resultate enthält, von denen nur noch das eine von allgemeinerem Interesse hervorgehoben werden mag, dass er in der Musik in exact mathematischer Weise Melodie als die Grundlage der Musik von Harmonie, die nur zur Verstärkung der Melodie dient, trennen lehrte, und dass er für die längst bekannte Thatsache, dass die Schwingungszahlen der Töne in einem einfachen Verhältnisse stehen müssen, wenn ein harmonischer Eindruck hervorgebracht werden soll, die mathematische Begründung in dem Nachweise fand, dass die den Grundton begleitenden Partialtöne unangenehme Wirkungen auf das Ohr ausüben, wenn sich das Verhältniss der Schwingungszahlen der Grundtöne nicht durch kleine ganze Zahlen ausdrücken lässt.

Bevor ich mich nun zu einer kurzen Besprechung der weit späteren aerodynamischen Untersuchungen von Helmholtz wende, soweit sie unmittelbar das Interesse des Mathematikers beanspruchen, mag einer auf dem Grenzgebiete der Hydrodynamik und Aerodynamik sich bewegenden Arbeit aus dem Jahre 1873 „Ueber ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem Luftballons zu lenken" Erwähnung geschehen, in welcher die hydrodynamischen Gleichungen dazu verwendet werden, Beobachtungsresultate, die an einer Flüssigkeit und an Apparaten von gewisser Grösse und Geschwindigkeit gewonnen worden sind, zu übertragen auf eine geometrisch ähnliche Masse einer andern Flüssigkeit und Apparate von anderer Grösse und anderer Bewegungs-

geschwindigkeit. Die Ausdehnung der gewonnenen analytischen Resultate von den tropfbar incompressibeln Flüssigkeiten auf Gase führt zu einer Reihe von interessanten Anwendungen; so findet Helmholtz unter anderm, dass die Grösse der Vögel eine Grenze hat, wenn nicht die Muskeln in der Richtung weiter ausgebildet werden können, dass sie bei derselben Masse noch mehr Arbeit leisten als jetzt, und dass desshalb die Natur wahrscheinlich im Modell des grossen Geier schon die Grenze erreicht hat, welche für die Grösse eines Geschöpfes erlangt werden kann, welches sich durch Flügel selbst heben und längere Zeit in der Höhe verbleiben soll, so dass der Mensch wohl keine Aussicht hat, durch den allergeschicktesten flügelähnlichen Mechanismus, den er durch seine Muskelkraft zu bewegen hätte, sein Gewicht in die Höhe zu heben und dort zu erhalten. Wendet man jedoch das oben erwähnte Vergleichungsprincip auf die Zusammenstellung der Luftballons und der Schiffe an, so gelangt man zu dem interessanten Resultate, dass, wenn der Ballon etwa anderthalbmal so viel wiegt, als die arbeitenden Menschen, die er trägt, das Verhältniss zwischen Arbeitskraft und Gewicht dasselbe wäre, wie wir es in einem Kriegsdampfer dargestellt sehen.

Erst weit später in den Jahren 1888—90 dehnt Helmholtz in seinen Arbeiten „Ueber atmosphärische Bewegungen“ und „Die Energie der Wogen und des Windes“ seine Untersuchungen über die Bewegung der Flüssigkeiten mit Berücksichtigung der innern Reibung auf diejenige der atmosphärischen Luft aus, um zu zeigen, wie sich auch in der Luftmasse durch continuirlich wirkende Kräfte Discontinuitätsflächen bilden können. Nachdem er durch streng mathematische Behandlung des Problems erkannt hatte, dass die Wirkungen der Reibung an der Erdoberfläche auf die höheren Luftschichten sehr unbedeutend sind, dass Vernichtung lebendiger Kraft durch Reibung hauptsächlich nur an der Bodenfläche und an den bei Wirbelbewegungen vorkommenden Trennungsflächen stattfindet, und dass ferner Wärmeaustausch, ausser an der Grenze gegen den Erdboden und an innern Discontinuitätsflächen, nur durch Strahlung und Fortführung warmer Lufttheilchen vor sich gehen kann, legt er sich die Frage vor, woher es kommt, dass die

Circulation unserer Atmosphäre nicht weit heftigere Winde als in Wirklichkeit erregt; er findet den Grund in der Vermischung verschieden bewegter Luftschichten durch Wirbel, welche durch Aufrollung von Discontinuitätsflächen entstehen, und in deren Innern die ursprünglich getrennten Luftschichten in immer zahlreicheren und dünner werdenden Lagen um einander gewickelt durch die ungeheuer ausgedehnte Berührungsfläche einen schnelleren Austausch der Temperatur und Ausgleichung ihrer Bewegung durch Reibung ermöglichen. Aber in weit höherem Grade werden die Wirkungen der Reibung und Wärmeleitung hervorgebracht durch Gleichgewichtsstörungen und Vermischung der atmosphärischen Schichten, welche durch die regelmässige Fortpflanzung von Wogen in der Atmosphäre veranlasst sind, die wie bei einer Wasserfläche durch die Uebereinanderlagerung von zwei Luftschichten verschiedenen specifischen Gewichtes entstehen. Wirklich sichtbar werden uns derartige Wellensysteme an der Grenzfläche verschieden schwerer Luftschichten erst dann, wenn die untere Schicht so weit mit Wasserdampf gesättigt ist, dass die Wellenberge, in denen der Druck geringer ist, Nebel zu bilden anfangen, und dann erscheinen streifige parallele Wolkenzüge, die sich über breite Himmelsflächen hin in regelmässiger Wiederholung erstrecken können. Helmholtz hält es daher für überaus wichtig, das Problem der Theorie der Wellen an der gemeinsamen Grenzfläche zweier Flüssigkeiten zu bearbeiten, beschränkt sich aber zunächst der grossen mathematischen Schwierigkeiten wegen auf den einfachsten Fall von der Bewegung geradliniger Wellenzüge, welche sich an der ebenen Grenzfläche unendlich ausgedehnter Schichten zweier verschieden dichter Flüssigkeiten in unveränderter Form und mit constanter Geschwindigkeit fortpflanzen. Wie eine ebene Wasserfläche, über die ein gleichmässiger Wind hinfährt, sich im Zustande labilen Gleichgewichts befindet und hierdurch wesentlich die Entstehung von Wasserwogen veranlasst, so wiederholt sich auch an der Grenze verschieden schwerer und aneinander entlang gleitender Luftschichten eben dieser Vorgang, nur in weit grösseren Dimensionen, und dies veranlasst Helmholtz die Verhältnisse der Energie und ihre Vertheilung zwischen

Luft und Wasser eingehend zu untersuchen und führt ihn auf Grund ganz allgemeiner mechanischer Speculationen, deren Auseinandersetzung den Schlussstein unserer Darlegung bilden wird, zu sehr interessanten, aber äusserst schwierigen Betrachtungen, welche den Unterschied stabilen und labilen Gleichgewichts in stationärer Bewegung begriffener Massen in ähnlicher Weise feststellen sollen, wie schon lange zuvor für ruhende Körper im Minimum der potentiellen Energie die Bedingung für das stabile Gleichgewicht gefunden worden, wobei sich unter anderem herausstellt, dass für stationäre Wogen bei constant gehaltenem Geschwindigkeitspotential das stabile Gleichgewicht ebenfalls dem Minimum der Energie entspricht.

Ich wende mich nun zur Skizzirung der letzten grossen Kategorie seiner mathematisch-physikalischen Arbeiten, welche ihn schliesslich zu der so bedeutsamen Ausgestaltung der Principien der Mechanik führten, zu seinen Untersuchungen über Elektricität, die im Wesentlichen mit dem Jahre 1870 begannen, sich nahezu zehn Jahre fortsetzten und vor allem in den Arbeiten „Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper“ (1870), „Ueber die Theorie der Elektrodynamik“ (1870—74), und in dem „Vergleich des Ampère'schen und Neumann'schen Gesetzes für die elektrodynamischen Kräfte“ (1873) niedergelegt sind. Die Gesetze der Elektrodynamik wurden damals in Deutschland von den meisten Physikern aus der Hypothese von Wilhelm Weber hergeleitet, welcher bei Aufstellung des Gesetzes von der Wechselwirkung elektrischer Massenpunkte, ausgehend von dem Gesetze Newton's für die Gravitationskraft und dem Coulomb's für statische Elektricität, die Intensität der Kraft, welche sich durch den Raum mit unendlicher Geschwindigkeit ausbreiten sollte, dem Quadrate des Abstandes der auf einander wirkenden elektrischen Quanta umgekehrt, dem Producte der beiden Quanta aber direct proportional setzte, und zwar mit abstossender Wirkung zwischen gleichnamigen, mit anziehender zwischen ungleichnamigen Mengen, die Annahme Coulomb's jedoch dadurch ergänzte, dass er ausser den Abständen der wirkenden Theile auch die Geschwindigkeit und die Beschleunigung, mit der sich die beiden elek-

trischen Quanta einander näherten oder von einander entfernten, in das Gesetz mit aufnahm. Diese Annahme von Kräften, die nicht bloss von der Lage, sondern auch von der Bewegung der wirkenden Punkte abhängig sind, schien nun freilich den Ansichten von Helmholtz zu widerstreiten, der schon viel früher in seinen Untersuchungen über die Erhaltung der Kraft zu dem Satze gelangt war, dass Kräfte, die von den Entfernungen und den Geschwindigkeiten abhängen, das allgemeine Naturgesetz von der Erhaltung der Energie, welches sich auch in den elektrodynamischen Erscheinungen durchaus bestätigte, im Allgemeinen verletzen; aber er hatte den complicirteren Fall des Weber'schen Gesetzes, wo die Kräfte auch noch von den Beschleunigungen abhängen, damals nicht berücksichtigt, und es liess sich in der That zeigen, dass das Weber'sche Gesetz keinen Kreisprocess zulässt, der Arbeit aus Nichts erzeugt. Neben dieser Weber'schen Hypothese von der Wirkung zwischen elektrischen Massenpunkten stand unter andern die ältere von F. E. Neumann, welche nicht die Wirkung von Massenpunkt auf Massenpunkt, sondern von einem linearen Stromelement auf ein anderes giebt, und welche Helmholtz für einen der glücklichsten und fruchtbarsten Gedanken hält, welche die neuere mathematische Physik aufzuweisen hat; das aus der Weber'schen Hypothese abgeleitete Gesetz für die Wirkung zweier linearer Stromelemente unterschied sich jedoch von dem Neumann'schen Potentialgesetz, und Helmholtz sah sich in seinen Untersuchungen vor die Frage gestellt, ob die Weber'sche Hypothese in der That der Wirklichkeit entspreche, und wie sich das Neumann'sche und Weber'sche Gesetz zu dem nachher zu erwähnenden Maxwell'schen Gesetze verhalte.

Indem er nun erkennt, dass sich alle die verschiedenen Formen dieser Gesetze auf eine gemeinsame Form zurückführen lassen, aus welcher sie nur durch die verschiedenen Werthe einer darin enthaltenen Constanten hervorgehen, und dass alle Erscheinungen, die vollkommen geschlossene Ströme bei ihrer Circulation durch in sich zurücklaufende metallische Leitungskreise hervorrufen, sich aus den verschiedenen Hypothesen gleich gut ableiten

lassen, während dieselben in unvollständig geschlossenen leitenden Kreisen zu wesentlich verschiedenen Folgerungen führen, entwickelt er zum Zwecke der Entscheidung mit Hülfe des von ihm verallgemeinerten Inductionsgesetzes die Bewegungsgleichungen der Elektricität in einem körperlich ausgedehnten Leiter. Er findet, dass dieselben für einen negativen Werth der unbestimmt gebliebenen Constanten, wie ihn die Weber'sche Annahme erfordert, einem labilen Gleichgewichtszustande der Elektricität entsprechen, und danach Strömungen sich entwickeln könnten, die zu unendlichen Stromstärken und unendlichen elektrischen Dichtigkeiten führen, während die Annahme des Werthes Null von Maxwell oder eines positiven Werthes von Neumann für jene Constante auf diese Schwierigkeit nicht stossen würde. Aber diese Entwicklungen erlitten vielfache Angriffe, und es suchten die Gegner theoretisch und durch Versuche nachzuweisen, dass das von E. Neumann aufgestellte und von Helmholtz in erweiterter Anwendung durchgeführte Grundgesetz der elektrodynamischen Erscheinungen mit den experimentellen Erfahrungen unvereinbar sei. In der That besteht eine Differenz zwischen dem von E. Neumann für geschlossene Ströme aufgestellten Potentialgesetze, wenn dasselbe auf ungeschlossene Ströme angewandt wird, und der Form des Inductionsgesetzes, welches er selbst schon früher abgeleitet hatte, da das Potentialgesetz elektrodynamische Wirkungen nur der in den Leitern fortströmenden Elektricität und deren Fernewirkungen, nicht aber der mittels der Fortbewegung elektrisch geladener Körper fortgeführten Elektricität zuschreibt, während die Versuche zeigten, dass diese Annahme mit den Thatsachen in Widerspruch steht.

Mit wunderbarem Scharfsinn hatte Helmholtz von vornherein erkannt, dass die Entscheidung aller dieser Fragen nur durch die freilich sehr schwierige experimentelle Untersuchung der ungeschlossenen Ströme getroffen werden könne, wenn er auch anfangs nicht vermuthen konnte, dass diese Frage ihre Lösung darin finden würde, dass es überhaupt keine ungeschlossenen Ströme giebt, indem auch in dem Isolator, welcher die Leitung des Stromes unterbricht, Aenderungen in der Vertheilung der Elektricität

vor sich gehen, wodurch scheinbar ungeschlossene Bewegungen der Elektricität zu geschlossenen werden.

Faraday, der die Hypothese von der Existenz der Fernkräfte nicht gelten lassen wollte, weil es ihm undenkbar schien, dass eine unmittelbare Wirkung zwischen zwei getrennten Körpern bestehen sollte, ohne dass in den zwischenliegenden Medien eine Veränderung vor sich gehe, suchte zuerst eine solche in Medien aufzufinden, welche zwischen elektrischen oder zwischen magnetischen Körpern lagen, und es gelang ihm in der That, in fast allen Körpern Magnetismus oder Diamagnetismus, sowie in gut isolirenden Körpern unter der Einwirkung elektrischer Kräfte eine Veränderung nachzuweisen, welche er als dielektrische Polarisation der Isolatoren bezeichnete. Wenn man nun mit Faraday und Maxwell, welcher diese Hypothesen mathematisch geformt hat, annimmt, dass auch in den Isolatoren elektrische Bewegungen mit elektrodynamischer Wirksamkeit eintreten können, wodurch dieselben dielektrisch polarisirt werden, so ergiebt sich die vollständige Theorie aus einer Modification des Potentialgesetzes.

Theils vor, theils zwischen diese für die Theorie der Elektrodynamik so wichtigen Arbeiten fallen seine Untersuchungen über die Gesetze der Vertheilung der elektrischen Ströme in körperlichen Leitern und über elektrische Grenzschichten. In diesen wird das bekannte Theorem von der Belegung einer Oberfläche mit Elektricität für elektromotorische Kräfte dahin erweitert, dass stets eine bestimmte Vertheilung elektromotorischer Kräfte auf der Oberfläche eines Leiters sich angeben lässt, welche in allen andern angelegten Leitern genau dieselben abgeleiteten Ströme hervorbringen würde, wie die im Innern des Leiters beliebig vertheilten elektromotorischen Kräfte, und ferner wird nachgewiesen, dass die bisherige Annahme, dass Elektricität, wenn sie sich in einem oder mehreren Körpern in's Gleichgewicht setzt, das Innere der Körper gänzlich verlässt und nur auf der Oberfläche derselben eine unendlich dünne Schicht bildet, nur so lange statthaft ist, als wir es mit einer einfachen elektrischen Grenzschicht eines Leiters, der ohne Sprung im Werthe der Potentialfunction die benachbarten Leiter oder

Isolatoren berührt, zu thun haben; in denjenigen Fällen dagegen, wo ein Sprung im Werthe der Potentialfunction an der Grenze zweier verschiedener Körper eintritt, also wenn zwei Leiter unter dem Einflusse einer zwischen ihnen wirkenden galvanischen Kraft sich berühren, wird längs der Grenzfläche eine elektrische Doppelschicht sich ausbilden, deren Bedeutung für die Erscheinungen, die beim Fliessen benetzender Flüssigkeiten längs einer festen Wand eintreten, dargelegt wird.

Inzwischen waren aber die Anschauungen Maxwell's, der, wie schon erwähnt, an Faraday anknüpfend die Fernewirkung durch die Wirkung eines Zwischenmediums ersetzte, von entscheidendem Einfluss auf die Arbeiten von Helmholtz geworden, der in einer 1881 veröffentlichten Untersuchung: „Ueber die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisirter Körper wirkenden Kräfte", nachweist, dass es ohne alle Zuziehung von Hypothesen über die innere Constitution elektrisch oder magnetisch polarisirter Körper möglich ist, die ponderomotorischen Kräfte zu finden, welche auf die inneren Theile solcher Körper einwirken. Die analytische Behandlung führt ihn zu Ausdrücken, aus denen die Fernkräfte ganz verschwinden und ersetzt sind durch die Reactionen des polarisirten Mediums; er gelangt somit zu den Anschauungen von Faraday und Maxwell, die auch in dem von ponderabler Substanz leeren Raume den Aether als Träger der Spannungen betrachten und in den in Leitern stattfindenden elektrischen Bewegungen nichts anderes sehen als ein Entstehen und Vergehen der Polarisationen in den Isolatoren. Und noch enger schliesst sich Helmholtz diesen Anschauungen in der im Jahre 1882 erschienenen Arbeit „Ueber absolute Maasssysteme für elektrische und magnetische Grössen", an, in welcher er ausdrücklich der Theorie von Faraday-Maxwell den Vorzug giebt vor allen andern elektrodynamischen Theorieen, welche direkte Fernewirkung annehmen, deren Grösse und Richtung von den absoluten oder relativen Bewegungen je zweier elektrischer Quanta abhängen, da sie weder das Princip der Endlichkeit und Constanz der Energie, noch das der Gleichheit der Action und Reaction verletze, und zunächst, um der Theorie nur die

conservativen Vorgänge zu Grunde zu legen, diejenigen Processe ausschliesse, bei denen nach Art der Reibung Wärme erzeugt und elektrische oder magnetische Energie verloren wird.

Diese Arbeit, in der er durch die von Faraday gefundenen Thatsachen zu der Frage angeregt wurde, ob Fernewirkungen überhaupt existiren und in Betracht gezogen werden müssten, weist schon auf die völlig neue Gedankenreihe hin, welche in ihm seine bald folgenden, für die Principien der Mechanik so hochbedeutsamen Entdeckungen vorbereitete. Aber es war zunächst eine weitere Durchforschung der verschiedensten Gebiete erforderlich, um daraus eine Behandlung der Principien der Mechanik hervorgehen zu lassen, welche die Gesetze für alle Erscheinungen der Natur in sich schliesse, und desshalb wendet sich Helmholtz im Jahre 1882 in seinen Abhandlungen „Ueber die Thermodynamik chemischer Vorgänge" der theoretischen Chemie zu, indem er die Grundlehren der mechanischen Wärmetheorie auf die chemischen Vorgänge anwendet, und schon deutlich die verallgemeinerte Auffassung der Principien der Mechanik erkennen lässt, die hier freilich noch vollständig in physikalische Form gekleidet ist.

Da der Verlust von mechanischer Energie durch Reibung Wärme entstehen lässt, und der Gewinn von mechanischer Energie einen Verlust von Wärme bedingt, da ferner die Menge der verlorenen und gewonnenen Energie proportional ist der Menge der gewonnenen und verlorenen Wärme, so durfte man die Wärme als eine Form der Energie betrachten und gelangte zu der Annahme, dass jedes Partikel eines warmen Körpers sich fortwährend mit beständig variirender Bewegungsrichtung so schnell bewegt, dass dasselbe eine geringe oder gar keine Veränderung seines Ortes im Körper erfährt. Ist dies aber der Fall, so muss ein Theil der Energie eines warmen Körpers die Form der kinetischen Energie haben, und es wird somit die Energie, da jede Art derselben in Wärme verwandelt werden kann, in der Form von Wärme gemessen werden können. Aber das Princip von der Erhaltung der Energie giebt keinen Aufschlusss darüber, ob Arbeit unbegrenzt in Energie der Wärme und letztere unbegrenzt in Arbeit verwandelbar ist, und wie es

sich damit bei all' den andern Naturkräften verhält, und auf diese in praktischer und theoretischer Beziehung so wichtige Bestimmung richtete nun Helmholtz zunächst seine Aufmerksamkeit, indem er untersuchte, ein wie grosser Theil der Wärme, die in einem galvanischen Elemente bei chemischen Processen entwickelt wird, sich als Stromesarbeit wiederfindet, und die Energieformen in verschiedene Rangstufen ordnete, je nachdem sie mehr oder weniger vollkommen in mechanische Arbeit verwandelbar sind. Die bisherigen Untersuchungen über die Arbeitswerthe chemischer Vorgänge bezogen sich fast ausschliesslich auf die bei Herstellung und Lösung einer Verbindung auftretenden oder verschwindenden Wärmemengen, während doch mit den meisten chemischen Veränderungen auch Aenderungen des Aggregatszustandes und der Dichtigkeit der Körper verbunden sind, und diese letzteren Arbeit in Form von Wärme und anderer, unbeschränkt verwandelbarer Arbeit erzeugen oder verbrauchen. Da nun bei den meisten chemischen Vorgängen die Veränderungen des Schmelzens, Verdampfens u. s. w. auch Wärme aus der Umgebung herbeiziehen, so wird man auch bei diesen nach der Entstehung dieser zwei Formen von Arbeitsaequivalenten fragen müssen, und wenn man weiter bedenkt, dass die chemischen Kräfte nicht bloss Wärme, sondern auch andere Formen der Energie hervorbringen können, ohne dass irgend eine der Grösse der Leistung entsprechende Aenderung der Temperatur in den zusammenwirkenden Körpern einzutreten braucht, so scheint es nothwendig, dass auch bei den chemischen Vorgängen eine Scheidung eintreten muss zwischen dem Theile ihrer Verwandtschaftskräfte, welcher in andere Arbeitsformen frei verwandelt werden kann, und dem nur als Wärme erzeugbaren Theile. Diese beiden Theile der innern Energie bezeichnet nun Helmholtz als freie und gebundene Energie und findet, dass die aus dem Ruhezustande und bei constant gehaltener gleichmässiger Temperatur des Systems von selbst eintretenden und ohne Hülfe einer äussern Arbeitskraft fortgehenden chemischen Processe nur in solcher Richtung vor sich gehen können, dass die freie Energie abnimmt, dass somit unter Voraussetzung unbeschränkter Gültigkeit der Sätze der mechanischen

Wärmetheorie die Werthe der freien Energie darüber entscheiden, in welchem Sinne die chemische Verwandtschaft thätig werden kann, wobei die Berechnung derselben sich der Regel nach nur bei solchen Veränderungen ausführen lässt, die im Sinne der Thermodynamik vollkommen reversibel sind. Er war durch die Fragen, ob und wann die latente Wärme der bei der Wasserzersetzung sich entwickelnden Gase auf die elektromotorische Kraft von Ketten Einfluss habe, zu dem Begriffe der freien chemischen Energie geführt worden, bedurfte jedoch, um diesen Begriff verwerthen zu können, zunächst einer analytischen Umgestaltung der Principien der Thermodynamik. In den bisherigen Anwendungen des Begriffes der potentiellen Energie waren Aenderungen der Temperatur der Regel nach nicht berücksichtigt, weil entweder die Kräfte, deren Arbeitswerth man berechnete, überhaupt nicht von der Temperatur abhängen, wie z. B. die Gravitation, oder weil die Temperatur während der untersuchten Vorgänge als constant, oder als Function bestimmter mechanischer Aenderungen, wie z. B. bei der Schallbewegung als Function der Dichtigkeit des Gases angesehen werden konnte. Wenn nun aber auch z. B. in letzterem Falle die Dichtigkeit eine Function der Temperatur ist, so blieb doch die im Werthe jedes Potentials vorkommende willkürliche Constante für jede neue Temperatur zu bestimmen, und man konnte die Uebergänge von der einen zur andern Temperatur nicht machen.

Helmholtz zeigt nun, dass die thermodynamischen Gleichungen zu ihrer Darstellung nur die Differentialquotienten des als Function der Temperatur vollständig bestimmten sogenannten Ergals erfordern, welches bei allen in constant bleibender Temperatur vorgehenden Uebergängen den Werth der potentiellen Energie darstellt, und das er als die freie Energie bezeichnet, so dass, wenn die Differenz der gesammten inneren Energie und des Ergals die gebundene Energie genannt wird, die letztere durch die Temperatur dividirt die früher eingeführte Entropie liefert. Um ferner das, was die theoretische Mechanik bisher als lebendige Kraft oder actuelle Energie bezeichnet hat, deutlich zu unterscheiden von den Arbeitsaequi-

valenten der Wärme, die auch grösstentheils als lebendige Kraft unsichtbarer Molecularbewegungen aufzufassen sind, nennt er erstere lebendige Kraft geordneter Bewegung, wobei geordnete Bewegung — und diese Unterscheidungen sind für die späteren Arbeiten von Helmholtz von fundamentaler Bedeutung — eine solche ist, bei welcher die Geschwindigkeitscomponenten der bewegten Massen als differentiirbare Functionen der Raumcoordinaten angesehen werden können, ungeordnete Bewegung dagegen eine solche, bei welcher die Bewegung jedes einzelnen Theilchens, wie bei der Wärmebewegung, keinerlei Aehnlichkeit mit der seiner Nachbarn zu haben braucht, die also auch vermöge der verhältnissmässig groben Hülfsmittel, über die wir verfügen können, nicht in andere Arbeitsformen frei verwandelbar ist, so dass Helmholtz in diesem Sinne die Grösse der Entropie als das Maass der Unordnung bezeichnen darf. Wird eine Zustandsänderung bei constant bleibender Entropie als eine adiabatische definirt, so ergiebt sich die Entropie als Wärmecapacität für die auf Kosten der freien Energie bei adiabatischem Uebergange erzeugte Wärme; bei allen Zustandsänderungen, bei denen die Temperatur constant ist, wird Arbeit nur auf Kosten der freien Energie geleistet, die gebundene ändert sich dabei auf Kosten der ein- und austretenden Wärme. Aus der Zusammenfassung dieser Resultate geht hervor, dass alle äussere Arbeit auf Kosten der freien Energie geliefert wird, alle Wärmeabgabe auf Kosten der gebundenen, und endlich bei jeder Temperatursteigerung im System freie Energie in dem angegebenen Betrage in gebundene übergeht, und hieraus leitet Helmholtz Resultate über das Abgeben und Binden von Wärme bei der Bildung und Zerlegung chemischer Verbindungen ab, die durch die Beobachtungen an galvanischen Elementen bestätigt werden.

In den letzten zehn Jahren seines Lebens von 1884—94 wendet sich nun Helmholtz zu seinen grossen Arbeiten über die Principien der Mechanik, in denen er all' die theoretischen Folgerungen verwerthet, die er auf dem langen und beschwerlichen Wege des Forschens auf sämmtlichen Gebieten der Physik und Physiologie gesammelt.

Die allgemeinen Principien der Mechanik, das d'Alembert'sche Princip, das Gesetz von der Bewegung des Schwerpunktes, der Flächensatz, das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft und das Princip von der kleinsten Action wurden alle unter der Voraussetzung Newton'scher Kräfte und fester Verbindungen bewiesen. Man hat aber später durch Beobachtung gefunden, dass die so hergeleiteten Sätze eine viel allgemeinere Geltung in der Natur in Anspruch nehmen durften, als aus ihrem Beweise folgte, und danach vermuthet, dass gewisse allgemeine Eigenschaften der Newton'schen conservativen Anziehungskräfte allen Naturkräften zukommen, während man andererseits zweifelhaft wurde, ob z. B. die Anwendung des Princips der gleichen Wirkung und Gegenwirkung allgemein berechtigt sei, und war durch derartige Ueberlegungen, wie schon früher angedeutet, zu der Hypothese geführt worden, die Fernewirkung in continuirlich in einem unsichtbaren Medium vertheilte dynamische Einwirkungen aufzulösen und so eine Analogie herzustellen mit der Wirkungsweise einer Feder oder eines Seiles beim Uebertragen von Kraft. Da es aber die Aufgabe der Physik ist, die Erscheinungen der Natur auf die einfachen Gesetze der Mechanik zurückzuführen, so entstand zunächst die wichtige Frage, wie baut sich die Mechanik selbst in der einfachsten Weise auf, und welches sind, wie Hertz es ausdrückt, die letzten und einfachsten Gesetze derselben, denen jede natürliche Bewegung gehorcht, die keine Bewegung zulassen, deren Vorkommen in der Natur schon nach dem Standpunkte unserer heutigen Erfahrung ausgeschlossen ist, und aus denen sich, als den eigentlichen Principien der Mechanik, ohne weitere Berufung auf die Erfahrung die gesammte Mechanik rein deductiv entwickeln lässt. Bis zu den bahnbrechenden Untersuchungen von Helmholtz über die Erhaltung der Energie hatte sich die Mechanik, wie schon oben hervorgehoben wurde, auf Grund der Galilei'schen Vorstellung von der Trägheit der Massen und der drei Newton'schen Gesetze von der Bewegung entwickelt, aber man wurde sich, wenn man das gesammte Gebäude der Mechanik auf dieser Grundlage systematisch und streng aufzuführen versuchte, der Unklarheiten in der Definition der mechanischen Begriffe, des Mangels an

Strenge in den Beweisen für die elementaren Sätze der Statik, für den Satz von dem Parallelogramm der Kräfte, den Satz der virtuellen Geschwindigkeiten u. s. w. sehr bald bewusst, ganz abgesehen davon, dass die Fernkräfte, die molecularen Kräfte, die chemischen, elektrischen und magnetischen Kräfte sich der unmittelbaren Erfahrung überhaupt entzogen.

Die Auffindung des Princips von der Erhaltung der Energie ermöglichte einen einheitlichen Aufbau der theoretischen Mechanik; der Begriff der Kraft rückte in den Hintergrund, Masse und Energie traten als gegebene unzerstörbare physikalische Grössen auf; die vorhandene Energie ergab sich aus zwei Theilen zusammengesetzt, von denen der eine, die kinetische Energie, durch eine in allen Fällen gleiche Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten der bewegten Massen gegeben, der andere, die potentielle Energie, durch die gegenseitige Lage der Massen bestimmt, aber in jedem Falle erst aus deren besonderer Natur zu ermitteln ist; die Discussion der verschiedenen Formen der Energie sowie der Bedingungen ihrer Ueberführung von einer Form in die andere bildete den Inhalt der gesammten Physik und Chemie. Um nun den Verlauf der Erscheinungen als Function der Zeit festzustellen, legt Helmholtz nicht, wie es meist bisher geschehen, die Bewegungsgleichungen zu Grunde, um daraus die allgemeinen Principien der Mechanik abzuleiten, weil zu diesem Zwecke gewisse Voraussetzungen über die wirkenden Kräfte und über die beschränkenden Bedingungen des Problems zu machen sind, deren Existenz grosse und umfassende Kategorien der durch die Principien dargestellten Bewegungen ausschliessen würde, sondern er geht von einem dieser Principien selbst aus, welches eine ganze Reihe von Beziehungen zwischen jeder Art von möglichen Kräften herzuleiten gestattet, welche unter den obigen Bedingungen fehlten und doch in der Natur sich finden, nämlich von dem Princip der kleinsten Wirkung.

Dieser Gegenstand bildet den Inhalt der Arbeiten, welche Helmholtz unter dem Titel „Ueber die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung“ und „Zur Geschichte des Princips der kleinsten Action“ in den Jahren 1886 und 1887 veröffentlicht hat, und welche nach der

Ansicht von Hertz zur Zeit den äussersten Fortschritt der Physik bezeichnen. Definirt man nach Leibnitz als quantitatives Maass der aus dem Beharrungsvermögen der bewegten Masse folgenden Action das Product aus der Masse, der Weglänge und der Geschwindigkeit oder das Product aus der lebendigen Kraft und der Zeit, so verlangt das Princip der kleinsten Action, dass der Gesammtbetrag der Action ein Grenzwerth sei für den Uebergang aus einer gegebenen Anfangslage in eine gegebene Endlage, wobei die Variation dadurch bewirkt wird, dass man die Coordinaten der einzelnen während des Ueberganges eintretenden Lagen des Körpersystems, gleichzeitig aber auch die Zeit variirt, und zwar so, dass der vorhandene Betrag der Energie des Systems nicht geändert wird. Dieser letzteren Forderung kann aber entweder dadurch genügt werden, dass man verlangt, dass nur der zur Zeit in der unvariirten Bewegung bestehende Betrag der Energie nicht geändert werde, ohne die Grösse dieses Betrages vorzuschreiben, welcher sich möglicherweise im Laufe der normalen Bewegung anderweitig ändern könnte — und so haben Lagrange und Hamilton das Problem behandelt — oder es wird, wie es Jacobi unter der Voraussetzung, dass die potentielle Energie von der Zeit unabhängig ist, gethan, verlangt, dass der Betrag der Energie einen vorgeschriebenen Werth behalte, in welchem Falle man diese Beziehung benutzen kann, um das Increment der Zeit aus der Action zu eliminiren. Physikalisch ist Jacobi's einschränkende Bedingung für ein vollständig bekanntes und in sich abgeschlossenes Körpersystem stets als gültig anzusehen, während die Lagrange-Hamilton'sche Form die Bewegungsgleichungen auch für unvollständig abgeschlossene Systeme durchzuführen gestattet, auf welche veränderliche äussere Einflüsse wirken, die von einer Rückwirkung des bewegten Systems unabhängig angesehen werden.

Hamilton hat nun mit Beibehaltung der Lagrange'schen Bedingungen dem Princip der kleinsten Action noch eine andere Form gegeben, die man das Hamilton'sche Princip nennt; wird nämlich die Hamilton'sche Principalfunction definirt als Differenz der potentiellen Energie und

der lebendigen Kraft des Systems, so sagt das Hamilton'sche Princip aus, dass der für gleiche Zeitelemente berechnete negative Mittelwerth der Principalfunction bei der normalen Bewegung zwischen den Endlagen ein Grenzwerth wird.

Zunächst haben aber Lagrange, Hamilton und Jacobi das von Maupertuis (1744) aufgestellte, aber in keiner Weise begründete Princip nur unter der physikalischen Voraussetzung der Newton'schen Gesetze bewiesen und daraus die Bewegung der Punkte eines materiellen Systems hergeleitet, für welches nur feste Verbindungen derselben unter einander als beschränkende Bedingungen auftraten, und zwar unter der ausdrücklichen Annahme der Gültigkeit des Satzes von der Constanz der Energie. Nachdem aber Helmholtz gefunden, dass das Gesetz von der Constanz der Energie allgemein gültig ist, war diese letztere Voraussetzung keine Beschränkung mehr, wenn man nur für den untersuchten Vorgang alle Formen kennt, in denen Aequivalente von Energie auftreten, und es blieb also nur noch die Frage zu entscheiden, ob auch andere physikalische Vorgänge, welche nicht einfach auf Bewegungen wägbarer Massen und auf Newton's Bewegungsgesetze zurückzuführen sind, in denen sich aber doch Energiequanta bethätigen, auch unter das Princip der kleinsten Wirkung begriffen werden dürfen. Wie man früher schon die Kräfte der Wärme auf die verborgenen Bewegungen greifbarer Massen zurückgeführt hatte, und wie Maxwell in den elektrodynamischen Kräften die Wirkung der Bewegung verborgener Massen erkannte, so wollte Helmholtz nun allgemein Bewegung und Energie solch' verborgener Massen in die Behandlung physikalischer Probleme einführen, da er in dem hinter den Dingen liegenden Unsichtbaren nichts anderes als Bewegung und Masse sah, welche nur für unsere Sinne nicht nachweisbar sind. Und so wählte er zur Darstellung der gesammten Bewegung das Hamilton'sche Princip, welches zulässt, dass auf das mechanische System, dessen innere Kräfte als von der Zeit unabhängige Differentialquotienten von Kräftefunctionen der sichtbaren Coordinaten des Systems darstellbar sind, noch äussere von der Zeit abhängige Kräfte wirken, deren Arbeit besonders

berechnet wird, welche also nicht zu den conservativen Bewegungskräften gehören, sondern durch andere physikalische Processe bedingt sind.

Da, wie schon Lagrange gezeigt, die nach aussen gewendeten Kräfte des bewegten Systems sich durch die Principalfunction ausdrücken lassen, nennt Helmholtz dieselbe das kinetische Potential, und lässt somit das Princip der kleinsten Wirkung die für den Verlauf einer jeden physikalischen Erscheinung allgemein gültige Eigenschaft aussagen, dass der für gleiche Zeitelemente berechnete negative Mittelwerth des kinetischen Potentials auf dem Wege der wirklichen Bewegung des Systems ein Minimum oder für längere Strecken jedenfalls ein Grenzwerth ist im Vergleich mit allen andern benachbarten Wegen, die in gleicher Zeit aus der Anfangslage in die Endlage führen. Das kinetische Potential geht für die Ruhe in den Werth der potentiellen Energie über, und das Hamilton'sche Princip lässt dann für das Gleichgewicht ein Minimum der potentiellen Energie erkennen. Es war schon für Systeme wägbarer Massen bekannt, dass, wenn einzelne der Coordinaten nur in ihrem Differentialquotienten in den Werth der Principalfunction eintreten, und die entsprechenden Kräfte gleich Null sind, der Lagrange'sche Ausdruck für die an den andern Coordinaten wirkenden Kräfte sich analytisch, genau wie im allgemeinen Falle, als dieselbe Function einer transformirten Principalfunction darstellt, welche nicht mehr wie früher die Ableitungen der Coordinaten nur in der zweiten, sondern auch in der ersten Dimension enthält, so dass also auch Formen des kinetischen Potentials eintreten können, in denen die Trennung der beiden Formen der Energie nicht zu erkennen ist, vielmehr das kinetische Potential irgend welche Function der allgemeinen Coordinaten und der entsprechenden Geschwindigkeiten sein kann. Dadurch wurde Helmholtz zu der Frage geführt, welche Form die Principalfunction annehmen darf, damit der Lagrange'sche Ausdruck für die äusseren Kräfte unverändert bleibt, und er fand zunächst, dass dieser Forderung genügt wird, wenn dieselbe um eine Summe von Producten der Coordinaten und der in der Richtung dieser Coordinaten wirkenden als Function der Zeit gegebenen äusseren Kräfte vermehrt wird,

da der in dieser Form erweiterte Minimalsatz bei der Variation wiederum den Lagrange'schen Ausdruck für die Kräfte liefert.

Die Wichtigkeit der von Lagrange gegebenen Form der Bewegungsgleichungen, auch auf Fälle anwendbar zu sein, wo neben der potentiellen und actuellen Energie wägbarer Massen namentlich auch die thermischen, elektrodynamischen und elektromagnetischen Arbeitsaequivalente in Betracht kommen, hatte Helmholtz bereits dadurch erwiesen, dass er die Gesetze der reversibeln Wärmevorgänge in der Form von Lagrange's Bewegungsgleichungen also auch des Minimalsatzes des kinetischen Potentials ausdrückte, welches aber die Temperatur als Maass der Intensität der thermischen Bewegungen nicht, wie die lebendige Kraft ponderabler Systeme die Geschwindigkeiten, nur in quadratischer Form enthält. Will man also die allgemeinen Eigenschaften der Systeme, die durch das Princip der kleinsten Wirkungen regiert werden, kennen lernen, so muss man die Annahme fallen lassen, wonach die Geschwindigkeiten nur in dem Werthe der lebendigen Kraft und zwar in Form einer homogenen Function zweiten Grades vorkommen, und das Princip unter der Voraussetzung erörtern, dass die Principalfunction eine beliebige Function der Coordinaten und der Geschwindigkeiten ist. Die wesentliche Veranlassung zu diesen allgemeinen Betrachtungen war für Helmholtz die Untersuchung der Form des kinetischen Potentials gewesen, welches Maxwell's Theorie der Elektrodynamik fordert, und in welchem die Geschwindigkeiten der Elektricität in einer Function zweiten Grades auftraten, deren Coefficienten nicht Constanten werden, wie es die Massen in dem Werthe der lebendigen Kraft ponderabler Systeme sind, und ausserdem lineare Functionen der Geschwindigkeiten hinzutreten, sobald permanente Magnete in Wirkung kommen.

Da nun auch die Erscheinungen des Lichts sich im Wesentlichen durch die Hypothese erklären lassen, dass der Aether ein Medium von ähnlichen Eigenschaften ist wie die festelastischen wägbaren Körper, und somit das Princip der kleinsten Wirkung für die Lichtbewegung jedenfalls als gültig angesehen werden muss, so betrachtet Helmholtz schon jetzt den Gültig-

keitsbereich des Princips der kleinsten Wirkung weit über die Grenze der Mechanik wägbarer Körper hinausgehend und hält es für höchst wahrscheinlich, dass es das allgemeine Gesetz aller reversibeln Naturprocesse sei, wobei noch zu beachten, dass auch die Irreversibilität nicht im Wesen der Sache sondern nur auf der Beschränktheit unserer Hülfsmittel beruhe, die es uns nicht möglich machen, ungeordnete Atombewegungen wieder zu ordnen, also z. B. die Bewegung aller in Wärmebewegung begriffenen Atome genau rückwärts gehen zu machen.

Die Allgemeingültigkeit des Princips der kleinsten Wirkung bildet aber ein wesentliches Hülfsmittel, die Gesetze neuer Klassen von Erscheinungen zu formuliren, indem es die sämmtlichen für diese Erscheinung wesentlichen Bedingungen in einen einzigen mathematischen Ausdruck zusammenfasst; alle die Fälle physikalischer Vorgänge, in denen das kinetische Potential in den Geschwindigkeiten lineare Glieder enthält, nennt Helmoltz Fälle mit verborgener Bewegung. Zunächst wird gezeigt, dass das Princip der kleinsten Wirkung in der oben angegebenen allgemeinen Form das Princip von der Constanz der Energie stets einschliesst, und der Werth der Energie aus dem Werthe des kinetischen Potentials berechnet; da jedoch nicht umgekehrt in jedem Falle, wo die Constanz der Energie gewahrt ist, auch das Princip der kleinsten Wirkung gilt, so wird das letztere mehr aussagen als das erstere, und noch eine besondere Eigenschaft der vorhandenen Naturkräfte ausdrücken, die nicht schon durch ihren Charakter als conservative Kräfte gegeben ist. Die Herleitung des Werthes des kinetischen Potentials aus dem der Energie bringt willkürliche Grössen hinein, welche homogene Functionen ersten Grades der Geschwindigkeiten sind, und ist desshalb von Bedeutung, weil es nunmehr möglich sein wird, aus der vollständigen Kenntniss der Abhängigkeit der Energie von den Coordinaten und Geschwindigkeiten das kinetische Potential und somit die Bewegungsgesetze des Systems zu finden, vorausgesetzt, dass das Princip der kleinsten Wirkung gültig ist, und es gelingt, die nach den Geschwindigkeiten linearen Glieder, welche verborgenen Bewegungen entsprechen, zu finden.

Nachdem Helmholtz einige allgemeine Wechselbeziehungen zwischen den Kräften, die das System gleichzeitig nach verschiedenen Richtungen hin ausübt, seinen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten entwickelt, die z. B. das thermodynamische Gesetz ergeben, dass, wenn Steigerung der Temperatur den Druck eines Körpersystems steigert, Compression desselben die Temperatur steigern wird, weist er wenigstens für eine beschränkte Anzahl von Coordinaten nach, dass auch umgekehrt das Princip der kleinsten Wirkung jedesmal gültig ist, wenn eben diese Wechselbeziehungen der Kräfte bestehen. Endlich werden noch die totalen und partiellen Differentialgleichungen der Bewegung von Hamilton für die verallgemeinerte Form des kinetischen Potentials, und daraus eine Reihe von Folgerungen für umkehrbare Bewegungen eines Systems, d. h. für solche Bewegungen hergeleitet, bei denen die Reihe der Lagen, die es bei rechtläufiger Bewegung durchgemacht hat, auch rückwärts durchlaufen werden kann ohne Eingriff anderer Kräfte und mit denselben Zwischenzeiten für jedes Paar gleicher Lagen.

Es wird sogleich von den weiteren Anwendungen des verallgemeinerten Helmholtz'schen Princips der kleinsten Wirkung die Rede sein und soll nur noch bemerkt werden, dass Hertz für dieses Princip ein anderes allgemein gültiges Gesetz zu Grunde legen will, welches die Bewegung aller Systeme unmittelbar beschreibt und welches aussagt, dass, wenn die Zusammenhänge des Systems einen Augenblick gelöst werden könnten, sich seine Massen in gradliniger und gleichförmiger Bewegung zerstreuen würden, dass aber, da eine solche Auflösung nicht möglich ist, sie jener angestrebten Bewegung wenigstens so nahe bleiben als möglich.

Die Herleitung der Eigenschaften der Bewegungen aus dem Princip der kleinsten Wirkung bot grosse mathematische und physikalische Schwierigkeiten und führte ihn zu den in den „Studien zur Statik monocyclischer Systeme“ (1884) und „Principien der Statik monocyclischer Systeme“ (1884) niedergelegten Untersuchungen, die einen wesentlichen Fortschritt in der Behandlung mechanischer und physikalischer Probleme bilden, und

unter den Händen Boltzmann's bereits eine beherrschende Stellung in der theoretischen Physik erlangt haben.

Wenn in einem Systeme von Körpern eine Bewegung stattfindet, so verändert sich in der Regel die räumliche Lage oder auch sonst der Zustand dieser Körper; dass dies jedoch nicht nothwendig ist, sieht man, wenn z. B. Drähte lange von einem vollkommen unveränderlichen elektrischen Strome durchflossen werden, es bleibt in diesem Falle die Lage, die Temperatur, der magnetische Zustand in der Nähe befindlicher Eisenmassen in jedem Punkte des Raumes unverändert, und es muss also die Bewegung, die wir uns als Ursache der beschriebenen Erscheinungen denken, eine vollkommen stationäre sein dergestalt, dass jedesmal, sobald ein Theilchen seinen Ort verlässt, immer nach verschwindend kurzer Zeit wieder ein genau gleich beschaffenes, mit derselben Geschwindigkeit nach derselben Richtung bewegtes Theilchen an dessen Stelle tritt, so dass trotz der fortwährenden Bewegung an keinem Punkte des Raumes eine Veränderung wahrnehmbar ist. Helmholtz nennt nun eine solche Bewegung, wie z. B. die Bewegung des rotirenden Kreisels oder den Strom reibungsloser Flüssigkeit in einem ringförmigen Kanale, eine cyclische, und wenn alle in einem Systeme von Körpern stattfindenden Bewegungen cyclische sind, das System ein cyclisches; cyclische Bewegungen werden häufig verborgene Bewegungen sein, da sie allein bestehend eine Aenderung im Anblick der Massenvertheilung nicht hervorrufen, und umgekehrt verborgene Bewegungen fast stets cyclische. Man nennt eine Coordinate eine cyclische, wenn während der Veränderung derselben sich der ganze Zustand des Systems nicht ändert, also auch die in demselben enthaltene lebendige Kraft keine Aenderung erleidet, und somit nicht eine Function der Coordinate, sondern im Allgemeinen des Differentialquotienten derselben ist, da die lebendige Kraft um so grösser sein wird, je rascher die cyclische Bewegung vor sich geht; ausser durch die cyclischen Coordinaten mag der Zustand des Systems noch durch andere bestimmt sein, welche Helmholtz die langsam veränderlichen Coordinaten oder die Parameter nennt, und die sich so langsam verändern sollen, dass

ihre Differentialquotienten nach der Zeit vernachlässigt werden können, die lebendige Kraft also zwar die Parameter, aber nicht deren Differentialquotienten enthält; wenn die Parameter für einen längeren Zeitraum als constant betrachtet werden, so wird während desselben die Bewegung eine cyclische sein, und das System je nach der Anzahl der cyclischen Coordinaten ein monocyclisches etc., im Allgemeinen polycyclisches genannt.

Die Bedingung für das Auftreten eines cyclischen Systems kann mit jedem beliebigen Grade der Annäherung erfüllt sein, sobald das System überhaupt cyclische Coordinaten besitzt, wenn die Theile der Energie, welche die Aenderungsgeschwindigkeiten der Parameter enthalten, verschwinden gegen die Theile, welche von den cyclischen Intensitäten abhängen, wenn also die Aenderungsgeschwindigkeiten der Parameter hinreichend klein oder die der cyclischen Coordinaten hinreichend gross angenommen werden. Die Kräfte eines cyclischen Systems nach seinen Parametern sind der Annahme eines cyclischen Systems zufolge unabhängig von den Aenderungsgeschwindigkeiten dieser Parameter, wie sich unmittelbar aus dem Lagrange'schen Ausdrucke durch die kinetische Energie ergiebt, und ebenso folgt, dass, wenn auf die cyclischen Coordinaten eines cyclischen Systems keine Kräfte wirken, die sämmtlichen cyclischen, durch das Product aus Masse in Geschwindigkeit definirten Momente des Systems in der Zeit constant sind, in welchem Falle die Bewegung eine adiabatische genannt wird. Die von Helmholtz charakterisirten Bewegungen sind somit ihrem Wesen nach dadurch definirt, dass potentielle und actuelle Energie des Systems unabhängig sein sollen von einer gewissen Anzahl von Coordinaten, welche zur vollständigen Bestimmung der Lage der Theile des Systems nothwendig wären, aber nur mit ihrem Differentialquotienten nach der Zeit in die Werthe der Energie eintreten, was auch bei nicht streng stationären Bewegungen der Fall sein wird, wenn wir Aenderungen im Zustande des Systems so langsam vor sich gehen lassen, dass das System sich niemals merklich aus den Zuständen entfernt, in denen es dauernd beharren könnte. So ist die Wärmebewegung nicht im strengen Sinne monocyclisch, da jedes einzelne

Atom wahrscheinlich fortdauernd in der Art seiner Bewegung wechselt und erst dadurch, dass in einer ungeheuer grossen Anzahl von Atomen stets alle möglichen Stadien der Bewegung repräsentirt sind, der mechanische Charakter einer monocyclischen Bewegung eintritt.

Helmholtz wirft nun die Frage auf, unter welchen allgemeinsten Bedingungen die bekannten physikalischen Eigenthümlichkeiten der Wärmebewegung bei andern bekannten Klassen von Bewegungen vorkommen können, und ob speciell eine Klasse mechanisch verständlicher Bewegungen angegeben werden kann, bei der ähnliche Beschränkungen der Umwandlung von Arbeitsaequivalenten wie beim zweiten Hauptsatz der Wärmelehre vorkommen. Indem er die Definition eines monocyclischen Systems dahin erweitert, dass in demselben entweder nur eine cyclische Coordinate vorkommt, oder wenn deren mehrere, dann alle diese Functionen einer andern Grösse sind, hebt er zunächst den besonders wichtigen und interessanten Fall hervor, in welchem zwischen zwei monocyclischen Systemen gewisse mechanische Verbindungen zur Herstellung fester Verhältnisse zwischen den Geschwindigkeiten eingeführt werden, welche gar keinen Einfluss haben, so lange die Bewegung schon an und für sich so vor sich geht, wie es ihnen entspricht, dass sie aber beginnenden Abweichungen allemal solche Kräfte entgegenstellen, als nöthig sind, die Abweichungen zu verhindern. Helmholtz nennt das so entstehende System, wie z. B. zwei Kreisel, deren Axen so verbunden sind, dass sie zu gleicher Umlaufsgeschwindigkeit gezwungen werden, das gefesselte, den Zustand die Koppelung des Systems und erkennt in dieser das einzige Mittel, direct auf die innere Bewegung der gegebenen monocyclischen Systeme zu wirken, wie wir ja auch bei der Wärmebewegung der Atome in Folge der Beschränkung der uns zu Gebote stehenden Methoden unsere Einwirkungen nicht auf bestimmte Atome isoliren können, sondern nothwendig immer alle in einem gewissen Raum enthaltenen gleichmässig treffen müssen. Wenn nun zwei ursprünglich von einander unabhängige monocyclische Systeme durch passende Regulirung der äusseren Kräfte in einen Zustand versetzt werden, der den Bedingungen einer bestimmten Art

fester Verbindung entspricht, so kann man eine solche feste Verbindung zwischen ihnen eintreten lassen, ohne dadurch die vorhandene Bewegung zu stören, und sie von da ab unter Einhaltung dieser Verbindung sich weiter bewegen lassen, so wie zwei Körper gleicher Temperatur ohne Veränderung ihrer innern Bewegung in leitende Berührung gesetzt werden können, so dass sie bei neuen hinreichend langsamen Veränderungen gleiche Temperatur behalten, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass jene beiden Systeme in der Lage, die ihnen behufs der Koppelung gegeben ist, noch mit Druck oder Fernkräften auf einanderwirken.

Mit Hülfe von mathematischen Betrachtungen, die den in der Wärmelehre angestellten ganz analog sind, zeigt nun Helmholtz allgemein, dass, wenn monocyclische Systeme nur solche Verbindungen unter einander zulassen, dass die äussern Kräfte jedes einzelnen Systems nur von dem augenblicklichen Zustande des Systems und nicht von der eintretenden oder aufhörenden Verbindung mit andern Systemen abhängen, die Koppelung also eine reine Bewegungskoppelung ist und ein neues monocyclisches System erzeugt, wenn ferner, sobald die Bedingungen des Austausches der innern Bewegung zwischen zweien oder mehreren Systemen eintreten, das Gleichgewicht der innern Bewegungen zwischen ihnen davon abhängt, dass eine bestimmte Function der Parameter eines jeden einzelnen — in der Wärmelehre die Temperatur — denselben Werth hat, wie die entsprechenden Functionen der andern, dann auch die dritte durch das Carnot'sche Gesetz ausgesprochene wesentliche Eigenthümlichkeit der Wärme, die beschränkte Umwandlungsfähigkeit, für sie gelten wird.

Diesen für die Principien der Mechanik fundamentalen Untersuchungen von Helmholtz über das Princip der kleinsten Wirkung und die monocyclischen Systeme reihen sich noch theils ergänzend, theils berichtigend seine drei letzten Arbeiten an, die sich schon ganz auf den Boden der von Faraday, Maxwell und Hertz geschaffenen Anschauungen stellen, nach welchen die elektrischen Oscillationen in dem den Weltraum füllenden Aether

in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit, ihrer Natur als Transversalschwingungen, der damit zusammenhängenden Möglichkeit der Polarisationserscheinungen, der Brechung und Reflexion vollständig den Oscillationen des Lichtes und der Wärme entsprechen, und die anscheinenden Fernkräfte durch Uebertragung der Wirkung von einer Schicht des zwischenliegenden Mediums zur nächsten fortgeleitet werden.

In der Arbeit „Das Princip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik“ (1892) untersucht Helmholtz, ob sich die empirisch gefundenen Sätze der Elektrodynamik, wie sie in Maxwell's Gleichungen ausgesprochen sind, in die Form eines Minimalsatzes bringen lassen, und auf Grund von Erwägungen, wie wir sie früher besprochen, ergab sich, dass die ponderomotorischen Kräfte in der That aus dem verallgemeinerten Hamilton'schen Princip vollkommen übereinstimmend mit Maxwell's Theorie hergeleitet werden können, wobei die Energie sich aus zwei Theilen zusammensetzt, die dieselbe Rolle gegen einander spielen, wie die potentielle und actuelle Energie in den Problemen für wägbare Massen; die elektrische Energie erscheint dabei als potentielle Energie ruhender Massen, soweit keine Aenderungen der Momente oder elektrische Ströme mitspielen, die magnetische Energie als lebendige Kraft.

Nun vertieft er sich weiter in die elektromagnetische Theorie des Lichtes und sucht von der Ueberlegung ausgehend, dass die Dispersion des Lichtes stets nur in oder an der Grenze von Räumen vorkommt, die ausser dem Aether auch ponderable Masse enthalten, in einer im Jahre 1892 erschienenen Arbeit die Farbenzerstreuung mit Zuhülfenahme dieser Theorie und mit Rücksicht auf die dem Aether eingelagerten Massen zu erklären. Die mathematische Theorie von Maxwell weist nun nach, dass auch ponderomotorische Kräfte innerhalb des von elektrischen Oscillationen durchzogenen Aethers wirksam werden müssen, welche schwere Atome, die im Aether liegen, in Bewegung setzen könnten; Helmholtz zeigt, dass dann die wägbaren Theilchen auch Ladungen wahrer Elektricität enthalten müssen, so dass in den zu bildenden Bewegungsgleichungen die elektrischen Momente,

welche durch die wahre Elektricität jener Träger gebildet werden, da sie von veränderlicher Grösse und Richtung sind, und auch von nicht elektrischen Kräften, Beharrungsvermögen, Reibung etc. angegriffen werden, von denen des freien Aethers zu trennen und die Wellenschwingungen in dem mit beweglichen Molecülen beladenen und im freien Aether besonders zu untersuchen sind, woraus die Gesetze der Farbenzerstreuung sich ermitteln lassen.

Von hohem Interesse sind endlich seine allgemeinen „Folgerungen aus Maxwell's Theorie über die Bewegungen des reinen Aethers“ (1893), welcher dem Aether Beweglichkeit zuschreibt und sich denselben von ponderabler Substanz durchdrungen vorstellt, die sich mit ihm bewegt; in der That kommen derartige Einmischungen in allen Substanzen vor, die entweder leitend oder lichtbrechend gegen das Vacuum sind, oder Werthe der dielektrischen und magnetischen Constanten haben, die von denen des Vacuum abweichen, und man wird aus den Bewegungen der wägbaren Theile auf die damit übereinstimmenden Bewegungen des Aethers schliessen können. Sind jedoch die Räume von wägbaren Körpern frei und nur mit Aether gefüllt, so tritt die Frage auf, ob reiner Aether ganz frei von allem Beharrungsvermögen bestehen kann, ob er den sich durch ihn hinbewegenden wägbaren Körpern ausweichen muss oder sie durchdringt, indem er dabei in Ruhe bleibt oder sich zum Theil mit ihnen bewegt oder auch zum Theil ausweicht. Unter der Voraussetzung, dass der Aether in mechanischer Beziehung die Eigenschaften einer reibungslosen, incompressibeln Flüssigkeit hat, dabei aber ganz ohne Beharrungsvermögen ist, findet Helmholtz, dass die von Maxwell aufgestellten und von Hertz vervollständigten Gesetze in der That geeignet sind, vollständigen Aufschluss über die Gesetze der im Aether auftretenden Veränderungen und Bewegungen zu geben und zwar so, dass die Zusammenfassung der Gesetze der Elektrodynamik unter das Princip der kleinsten Wirkung, wie sie Helmholtz früher gegeben, nur noch der Einführung der Hypothese der Incompressibilität bedarf, und zwar durch Ergänzung des elektrokinetischen Potentials durch die linke Seite der

Definitionsgleichung der Incompressibilität, und hieraus werden wichtige Schlüsse über das Entstehen und Vergehen ponderomotorischer Kräfte im ruhenden und bewegten Aether gezogen.

In dem nicht mehr vollendeten „Nachtrag zu dem Aufsatze: Ueber das Princip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik“ (1894) kommt Helmholtz noch einmal auf seine Zusammenfassung der Maxwell-Hertz'schen Gesetze der Elektrodynamik in der verallgemeinerten Form des Princips der kleinsten Wirkung zurück, um zu entscheiden, ob der bekannte Werth der gesammten Energie der elektromagnetischen Vorgänge noch den Zusatz einer nach den Geschwindigkeiten linearen Function verlangt, und wenn dieses der Fall, die ponderomotorischen Kräfte in übersichtlicher Form aus diesem Princip herzuleiten.

Hiermit endet die lange Reihe glänzender mathematischer und mathematisch-physikalischer Arbeiten dieses unvergleichlichen Forschers, von deren Inhalt und Bedeutung ich Ihnen, soweit es ohne tieferes Eingehen in die Feinheiten seiner mathematischen Analyse möglich war, ein wenn auch gewiss unvollkommenes Bild zu entwerfen mich bestrebte. Was der Inhalt des Vortrages sein sollte, den Helmholtz für die vorjährige Naturforscherversammlung in Wien unter dem Titel ankündigte: „Ueber dauernde Bewegungsformen und scheinbare Substanzen“ und von dem sich im Nachlasse nur wenige Schriftseiten zu der Einleitung vorgefunden haben, wird uns für immer unbekannt bleiben, aber man darf wohl nicht ohne Grund der Vermuthung Raum geben, dass der naturwissenschaftlichen Welt der philosophische Kern der grossen Forschungen dargelegt werden sollte, welche er in den letzten Jahren seines Lebens über die Grundlagen und Principien der Mechanik und Physik angestellt hatte.

Chronik der Universität.

Hochgeehrte Anwesende!

Das Universitätsjahr, in dem ich die Ehre habe, die Geschäfte unserer Hochschule zu leiten, hat gleich bei seinem Beginn eine Reihe von Festtagen gebracht, die gewiss einen bleibenden Werth und eine dauernde Bedeutung für unsere Universität haben werden. Zum ersten Male wieder seit den glänzenden Jubiläumstagen hatte unser allergnädigstes Herrscherpaar der Stadt Heidelberg und unserer Universität die Freude und Gnade eines längeren Aufenthaltes erwiesen und in unserer schönen Aula die Vorstellung sämmtlicher ordentlichen und der etatsmässigen ausserordentlichen Professoren durch den Prorektor und Exprorektor entgegenzunehmen geruht. Im Laufe der folgenden vier Tage besuchten Ihre Königlichen Hoheiten die neu entstandenen oder durch Neubauten wesentlich veränderten Institute und Anstalten, welche der Universität angehören, und liessen Sich in einzelnen derselben, wie im chemischen und zoologischen Insitut, die wesentlichen Fortschritte der Wissenschaft durch Experiment und Bild vorführen. Das ausdrücklich kundgegebene Interesse an unserer Hochschule und ihrer Entwicklung lässt uns in nicht allzu ferner Zeit einen wiederholten Besuch unseres Herrscherpaares erhoffen.

Dem Prorektor wurde das Glück und die Ehre zu Theil, sich als Deputirter unserer Universität unter den 22 Vertretern der deutschen Universitäten befinden zu dürfen, welche am 1. April dem Gründer des deutschen Reiches, dem Fürsten Bismarck zu seinem 80. Geburtstage die Glückwünsche der Lehrkörper dieser Hochschulen überbrachten.

Im verflossenen Sommer-Semester betrug die Zahl der immatrikulirten Studirenden 1252 und mit Einrechnung der Hörer reiferen Alters 1428 gegen 1376 des vorigen Sommer-Semesters, also die höchste bis jetzt erreichte Frequenz der Universität. Abgangszeugnisse sind bis heute genommen 575; neu immatrikulirt wurden 349 Studirende, so dass sich eine Frequenz von 1026 Studirenden gegen 1030 des vorigen Wintersemesters, und einschliesslich der zum Hören von Vorlesungen berechtigten Personen reiferen Alters eine Gesammtfrequenz von 1179 ergiebt.

In dem Bestande des akademischen Lehrkörpers sind mehrfache Aenderungen eingetreten.

Am 15. Juli starb der Honorarprofessor Hofrath Dr. Moos, der unserer Universität fast 40 Jahre als Docent angehörte und seit 1876 die Fachprofessur für Ohrenheilkunde innehatte, welcher er durch eine umfassende ärztliche Thätigkeit sowie durch seine vielen wissenschaftlichen Arbeiten eine berechtigte Stellung innerhalb der medicinischen Fakultät sicherte. Die Universität wird ihm ein treues und dankbares Andenken bewahren.

Habilitirt haben sich in der medicinischen Fakultät: Dr. Oskar Schaeffer aus Hamburg (für Geburtshilfe und Gynäkologie) und Dr. Ernst Göppert aus Breslau (für Anatomie).

Die durch Ernennung des Oberamtmanns Jolly zum Amtsvorstand in Altbreisach in Erledigung gekommene Stelle eines akademischen Disciplinarbeamten wurde dem Grossh. Amtmann Otto Flad übertragen.

Oberpedell Vock wurde auf sein Ansuchen unter Anerkennung seiner langjährigen treu geleisteten Dienste auf 1. Oktober in den Ruhestand versetzt.

Hausmeister und Kassendiener Lehn bei der Grossh. Universitätskasse wurde zum Oberpedell befördert, und dessen Stelle dem Diener am archäologischen Institut Götzelmann übertragen.

Auszeichnungen durch Verleihung von Titeln wurden zu Theil: den Privatdocenten der medicinischen Fakultät Dr. Leopold Weiss, Dr. Hermann Klaatsch und Dr. Max Dinkler, denen der Charakter von ausserordentlichen Professoren verliehen worden ist.

Dem Diener am physiologischen Institut, Lorenz Bernatz, wurde die Genehmigung ertheilt, die Bezeichnung „Hausmeister“ zu führen.

Von Ordensverleihungen und anderen ehrenden Auszeichnungen sind zu erwähnen:

Geheimerath Dr. Heinze erhielt das Kommandeurkreuz I. Klasse und Kirchenrath Dr. Holsten das Kommandeurkreuz II. Klasse des Ordens vom Zähringer Löwen.

Geheimerath Dr. Fischer Exc. erhielt von S. K. H. dem Grossherzog von Sachsen das Grosskreuz des Grossh. Sächsischen Hausordens zur Wachsamkeit oder vom weissen Falken.

Geheimerath Dr. Knies wurde zum auswärtigen Mitglied der Magyarischen Akademie der Wissenschaften in Budapest,

Geheimerath Dr. Quincke von der Königl. Belgischen Akademie der Wissenschaften etc. zu Brüssel zum associé étranger,

Geheimerath Dr. V. Meyer zum ordentlichen Mitglied der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Upsala,

Geheimerath Dr. Königsberger zum Ehrenmitglied der literarisch-philosophischen Gesellschaft von Manchester,

Geheimer Hofrath Dr. Schröder von der Koninklijke Akademie van Wetenschappen in Amsterdam zum auswärtigen Mitglied und zwar in der litterarisch-historisch-philosophischen Klasse,

Hofrat Dr. Bütschli zum Ehrenmitglied der Société Belgique de microscopie und zum correspondirenden Mitglied der Kaiserl. Russischen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg,

Professor Dr. Osthoff zum ordentlichen Mitglied der société de linguistique in Paris,

Der Oberbibliothekar Geheimer Hofrath Dr. Zangemeister zum Mitglied der Centraldirektion des Kaiserlich deutschen archäologischen Instituts in Berlin,

Professor Dr. Kleinschmidt von der Société Royale de Numismatique de Belgique zum associé étranger und

Musikdirektor Professor Dr. Wolfrum zum Mitglied des musikalischen Sachverständigenvereins ernannt.

Geheimer Hofrath Dr. Georg Meyer wurde von dem Wahlkörper der Universität zum Vertreter derselben in der ersten Kammer der Ständeversammlung gewählt.

Geheimerath Dr. Erb wurde auf seinen Wunsch der Funktion als Vorsitzender der akademischen Krankenhauskommission enthoben, und diese Stelle dem Geheimerath Dr. Czerny übertragen.

Dem Privatdozenten Dr. Sütterlin wurde vom Curatorium der Curtius-Stiftung in Leipzig der Curtius-Preis für das Jahr 1895 verliehen.

Das evangelisch-protestantisch-theologische Seminar wurde in ein praktisch-theologisches und in ein in fünf Abtheilungen, nämlich für alttestamentliche, neutestamentliche, kirchengeschichtliche, dogmengeschichtliche und systematische Theologie gesondertes rein wissenschaftliches theologisches Seminar getheilt.

Am 1. Oktober wurde das neugegründete zahnärztliche Institut eröffnet, dessen Leitung dem Assistenten am zahnärztlichen Institut in Berlin, Dr. C. Jung, unter Ertheilung eines Lehrauftrags für Zahnheilkunde an denselben, übertragen wurde.

Die Sternwarte, sowie ein weiterer medicinischer Pavillon sind im Bau begriffen.

Die Verlegung eines Landgerichts nach Heidelberg, an welcher auch die Universität ein wesentliches Interesse nimmt, hat in Folge finanzieller Schwierigkeiten sich nicht schon für diese Budgetperiode bewerkstelligen lassen; es haben sich jedoch Stadt und Universität des Interesses der Grossherzoglichen Regierung für diese Frage vergewissert und hoffen zuversichtlich, dieselbe schon in wenigen Jahren geregelt zu sehen.

Dagegen ist der von meinem Amtsvorgänger vor einem Jahre so dringend ausgesprochene Wunsch der Universität nach einem der Würde unserer Palatina entsprechenden Bibliotheks-Neubau heute seiner Erfüllung noch ebenso fern wie damals,

aber wir geben uns der Hoffnung hin, dass, wenn erst unsere Sternwarte vollendet sein wird, sich auch die genügenden Mittel zur Herstellung eines Bibliotheks-Gebäudes werden beschaffen lassen.

Auch im verflossenen Jahre sind der Universität zahlreiche und werthvolle Geschenke zugekommen. Ein Verzeichniss der Souveräne, Regierungen, Behörden, Körperschaften und einzelnen Personen, welche die Universitätsbibliothek mit Gaben bedacht haben, liegt unter Beilage I an.

Besondere Erwähnung verdienen die Vermächtnisse des verstorbenen Privatdocenten Dr. Freiherrn von Reichlin-Meldegg und des verstorbenen Hofraths Prof. Dr. Moos. Ersterer vermachte der Universität testamentarisch den Erlös seiner Bibliothek (1496 Mk. 81 Pf.), bestimmt zu einem Reichlin-Meldegg-Stipendium, das zum ehrenden Andenken seines Vaters an arme, strebsame, Philosophie studirende Akademiker der hiesigen Hochschule vergeben werden soll. Hofrath Moos hat seine medicinische Bibliothek der Universitätsbibliothek, sodann seine in der Ohrenklinik befindliche anatomische Sammlung und seine in zwölf Kästen aufbewahrte mikroskopische und bakterielle Sammlung mit gedrucktem Katalog und seine sämmtlichen Instrumente der Universitätsohrenklinik testamentarisch vermacht und der Universität ausserdem ein Legat von 8000 Mk. zugewiesen, dessen Zinsen alle drei Jahre verwendet werden sollen zu einem Preis für eine von der medicinischen Fakultät zu stellende und auszuschreibende Preisaufgabe aus dem Gebiet der wissenschaftlichen Ohrenheilkunde und zwar aus dem Gebiet der normalen oder pathologischen Anatomie oder Histologie, der Physiologie oder Bakteriologie des Gehörorgans.

Geheimerath Dr. Heinze hat dem juristischen Seminar die Summe von 310 Mk. zugewendet.

Dem chemischen Laboratorium gingen nachstehende Schenkungen zu:

Die Zündholzfabrik, Otto Miram, Bettenhausen bei Kassel, übersandte eine stattliche Anzahl von technischen Präparaten der Zündholzindustrie; die Tiegelfabrik von Wilh. Raum in Nürnberg schenkte werthvolle Graphitapparate für pyrochemische Zwecke; die Firma W. C. Heraeus in Hanau führte dem chemischen Institut meisterhafte Arbeiten und Reparaturen an Platinapparaten aus; von einer Anzahl chemischer Fabriken erhielt das Laboratorium auch im verflossenen Jahre werthvolle Präparate übersandt, so von: der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen, den Farbenfabriken, vormals Friedrich Bayer & Co. in Elberfeld, den Farbwerken, vormals Meister, Lucius und Brüning in Höchst a. M., der chemischen Fabrik Griesheim in Griesheim, der chemischen Fabrik Dr. F. von Heyder Nachfolger in Radebeul bei Dresden, der Anilinfabrik Kalle & Co. in Biebrich und von den fabriques de products chimiques de Thann et de Mulhouse in Mülhausen.

Weiterhin übersandte Herr Professor W. Städel in Darmstadt dem chemischen Institut ein prächtiges Präparat von Carborunden und verschiedene werthvolle organische Präparate.

Die Bibliothek des juristischen Seminars wurde durch Gaben an Büchern bereichert von den Herren August Scherl, Geheimerath Bekker, Geheime Hofrath G. Meyer und Schröder, Professor Jellinek und Wille, sowie von der Badischen historischen Kommission.

Das zoologische Institut erhielt Geschenke vom College of science Tokyo, vom zoologischen Museum Turin und Genua, von den Herren Ph. Landfried, stud. Uhlig, Präparator Englert und Anderen.

Das archäologische Institut wurde mit Geschenken bedacht von dem Grossh. Ministerium der Justiz, des Kultus und Unterrichts, vom archäologischen Institut des deutschen Reiches, sowie von den Alterthumsvereinen in Karlsruhe und Mannheim.

Preis-Vertheilung.

Ich wende mich nun zu dem letzten Theile der heutigen Feier, indem ich die Urtheile der Fakultäten über die eingegangenen Preisschriften und die von denselben gestellten neuen Preisaufgaben verkündige.

Es liegen Beantwortungen der von der theologischen, philosophischen und naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät gestellten Preisfragen vor. Für die von der juristischen und medicinischen Fakultät gegebenen Preisaufgaben sind keine Bearbeitungen eingegangen; das Zinserträgniss der Otto Weber-Stiftung kommt daher in diesem Jahre nicht zur Vergebung.

Von der theologischen Fakultät war als Preisfrage gestellt:

„Es soll der Zusammenhang dargestellt werden zwischen der religiösen Ethik des Paulus und seiner Methaphysik.“

Diese Aufgabe hat einen Bearbeiter gefunden, der das Motto wählte: *„τὸ πνεῦμα πάντα ἐραυνᾷ.“*

Das Urtheil der Fakultät lautet:

Die Fakultät erkennt an, dass der Verfasser grossen und ernsten Fleiss auf seine Arbeit verwendet, dass er die Ethik des Paulus mit genauer Kenntniss der paulinischen Gedankenwelt im ganzen richtig dargestellt und richtig auf die beiden methaphysischen Principien des *πνεῦμα* und der *σαρξ* zurückgeführt, wenn er auch seine Ausführungen selbst an den entscheidenden Stellen der paulinischen Briefe exegetisch nicht begründet und gegen entgegengesetzte Deutungen wissenschaftlich nicht sicher gestellt hat.

Dagegen kann die Fakultät die begriffliche Grundlage der Arbeit in ihren metaphysischen Ausführungen nicht für genügend erkennen. Folge dessen ist gewesen, dass Verfasser Sinn und Endzweck der Aufgabe, den inneren Zusammenhang zwischen der Ethik und der Metaphysik des Paulus darzustellen, nicht scharf genug erfasst, dass er manches in die Darstellung hineingezogen, was für die Aufgabe gleichgültig, manches unbeachtet gelassen, was für dieselbe bedeutsam war. Und auch hier hat Verfasser seine Ergebnisse durch Widerlegung entgegengesetzter Ansichten nicht begründet, hat überhaupt die Literatur über diese Frage mangelhaft verwendet.

Wenn daher die Fakultät dieser nach Inhalt und Darstellung vielfach trefflichen Arbeit einen Preis nicht hat zusprechen können, so achtet sie dieselbe einer ehrenvollen Erwähnung für durchaus würdig und stellt dem Verfasser anheim, seinen Namen kund zu thun, damit derselbe mit dieser ehrenvollen Erwähnung in der Druckschrift über die heutige Feier aufgeführt werde.

Von den drei Preisfragen, welche die philosophische Fakultät gestellt hatte, sind zwei, die aus der Philosophie und die aus der Geschichte bearbeitet worden; die erstere lautete:

„Es soll die Lehre vom Bösen in Leibnizens Theodicee mit der Lehre vom Bösen (Satanologie) in Schellings Philosophie der Offenbarung verglichen werden in Ansehung sowohl der Differenz als auch der Uebereinstimmung.“

Zur Lösung der philosophischen Preisaufgabe ist eine Arbeit eingeliefert worden, welche folgendes Motto trägt: „Les hommes sont placés entre deux infinis et il paraït demontré, que l'auteur des choses s'en est réservé à lui seul le secret. Frédéric II.“

Zum Zweck der Einleitung hat der Verfasser darauf hingewiesen, dass aus dem geistigen Verkehr der Königin Sophie Charlotte mit Leibniz die Theodicee des letzteren hervorgegangen sei, dass König Friedrich Wilhelm IV. den Philosophen Schelling nach Berlin gerufen habe, damit derselbe als Mitglied der Kgl. Pr. Akademie der Wissenschaften, welche Leibniz gestiftet und Friedrich II. reformirt hat, Vorlesungen über seine Philosophie der Offenbarung an der Universität halte. Da diese Beziehungen mit dem Thema selbst nichts wesentliches gemein haben, so waren sie nicht geeignet, zur Einleitung zu dienen.

Der gestellten Aufgabe gemäss müssen die beiden zu vergleichenden Systeme dargelegt und begründet werden, was der Verfasser auch wohl erkannt, aber keineswegs in der erforderlichen Weise ausgeführt und geleistet hat. Er hat die Lehre von der menschlichen Freiheit und von der Uebereinstimmung zwischen der göttlichen Prädestination und der menschlichen Autonomie, welche Untersuchungen in der Leibnizischen Theodicee und ihre Lehre vom Bösen einen so ausserordentlich wichtigen Bestandtheil ausmachen, in seinen Ausführungen so gut wie gar nicht

berührt. Um in Schellings Satanalogie die Lehre vom Bösen sowohl in der menschlichen als auch in der kosmischen Bedeutung des Worts darzuthun und mit der Leibnizischen Lehre auf einleuchtende Art zu vergleichen, hätte der Verfasser Schellings Untersuchungen über das Wesen der menschlichen Freiheit und dessen Lehre von den Urpotenzen näher in Rechnung ziehen sollen.

Er hat jene zwar erwähnt, aber nicht verwerthet; er hat diese zu verwerthen gesucht, aber es ist ihm nicht gelungen, den Punkt, den er selbst als den schwierigsten bezeichnet hat, zu verdeutlichen, weder auf dem Wege der begrifflichen noch weniger auf dem der figürlichen Darstellung. Er hat gerade diejenigen Lehren zu wenig erkannt, aus welcher der Hauptdifferenzpunkt, darum auch der Hauptvergleichungspunkt der beiden zu vergleichenden Systeme hervorspringt.

Desshalb können wir, bei aller Anerkennung für den Eifer und die Bestrebungen des Verfassers, seiner Arbeit den Preis nicht zuerkennen, da sie die Aufgabe nicht gelöst hat.

Für die zweite Frage:

„Untersuchung der unter dem Namen des Petrus de Vinea überlieferten Briefsammlung, in dem Sinne, dass der Versuch gemacht werde, den möglicher Weise von Petrus selbst herrührenden Grundstock derselben und die späteren Zuthaten zu scheiden und die Ursprungszeit ihrer einzelnen Theile zu bestimmen"

war ebenfalls eine Arbeit eingegangen mit dem Motto: „Nil admirari" worüber die Fakultät folgendes Urtheil gefällt hat:

Der Verfasser der Arbeit hat sich im Allgemeinen mit den Verhältnissen wohl vertraut gemacht, die zur Entscheidung der Frage nach dem möglicher Weise auf Petrus de Vinea selbst zurückzuführenden Grundstocke der unter seinem Namen überlieferten Sammlung von Schriftstücken beitragen können. Er verfährt auch ganz richtig, wenn er zunächst diejenigen Stücke ausscheidet, die sicher nach dem Jahre 1249 entstanden sind, also schon desshalb jenem Grundstocke nicht zugewiesen werden dürfen. Wenn er aber bei der Behandlung der übrigen, die die grosse Mehrzahl bilden, darauf ausgeht, nachzuweisen, welche Stücke von Petrus „herrühren" d. h. von ihm verfasst sind, so übersieht er, dass nicht dieser Nachweis seine Aufgabe war, sondern die Ermittelung des Umfangs, den vielleicht die von Petrus angelegte Compilation gehabt haben mag, und dass die mittelalterlichen Sammler von Musterstücken sich keineswegs auf von ihnen selbst entworfene Urkunden und Briefe beschränkten, sondern solche Stücke, die ihnen mustergültig erschienen, nahmen, wo sie sie fanden. Dazu sind die Gründe, die der Verfasser für oder gegen die Autorschaft des Petrus in Bezug auf die einzelnen Stücke anführt, und ebenso die, aus denen sich ihre Ursprungszeit ergeben soll, vielfach theils unzureichend,

theils stark subjektiv, während es andererseits an einzelnen treffenden Bemerkungen nicht fehlt. Für seine Ansicht, wie die Briefsammlung allmählig weiter gewachsen ist und ihre schliessliche Gestalt bekommen hat, bringt der Verfasser überhaupt keine Beweise, obwohl er darin wohl das Richtige getroffen haben mag. Im Ganzen also ist die gestellte Frage ihrer Lösung nicht wesentlich näher gebracht worden. Wenn nun die Fakultät aus diesen Gründen dem Verfasser auch keinen Preis zuerkennen kann, so erkennt sie doch sowohl den von ihm aufgewendeten Fleiss rühmend an als auch eine gewisse Begabung für die Behandlung historischer Dinge, die bei weiterer Schulung gute Ergebnisse verheisst, und sie will ihm desshalb eine „lobende Erwähnung“ zu Theil werden lassen, wenn er ihr seinen Namen mittheilt.

Die naturwissenschaftlich-mathematische Fakultät hatte die Aufgabe gestellt:

> „Es wird eine ausführliche und methodisch durchgeführte Zusammenstellung der auf die Entscheidung der Irreduktibilität algebraischer Gleichungen und Funktionen bezüglichen Untersuchungen verlangt, welche durch selbstständig gewählte Beispiele erläutert werden; es soll aber auch weiter versucht werden, neue Kriterien aufzustellen oder die bisher benutzten Methoden auf die Untersuchung der Irreduktibilität gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen auszudehnen.“

Bei der Fakultät sind zwei Bearbeitungen eingereiht worden, über welche das Urtheil der Fakultät besagt:

Die mit dem Motto: *ΑΕΙΠΡΟΣΩ* versehene Arbeit behandelt zunächst die Aufstellung von Typen irreduktibler Gleichungen, von denen die Kreistheilungsgleichungen nach der bekannten Methode von Gauss, Eisenstein, Kronecker, Arndt und Dedekind untersucht werden; der Verfasser wendet sich sodann einer in der neuesten Zeit bekannt gewordenen Methode zu, welche die Irreduktibilätseigenschaften algebraischer Funktionen durch Parallelisirung eines linearen Faktors mit einer Primzahl auf numerische Gleichungen überträgt, und erweitert diese Methode dadurch, dass er für die zwei Windungspunkte einer Riemann'schen Fläche eine grössere Willkürlichkeit in der Annahme des Zusammenhanges der Blätter derselben festsetzt.

Der zweite Theil der Arbeit, welcher der Entscheidung der Irreduktibilität für eine vorgelegte Gleichung gewidmet ist, gruppirt die Methode in der Weise, dass die Mandl'sche der ersten Methode von Heine, der zweiten des letzteren die Methode von Bendixson zugeordnet wird, und alle diese werden, sowie die von Kronecker, durch selbstgewählte Beispiele ausführlich erläutert. Endlich wendet sich der Verfasser noch der Uebertragung der Methoden von Heine und Kronecker auf die nach der Frobenius'schen Definition irreduktiblen linearen homogenen Differentialgleichungen zu und beleuchtet auch deren Darstellung durch ein Beispiel. In Rücksicht auf die

Schwierigkeit der hier in Angriff genommenen algebraischen und analytischen Untersuchungen darf die Fakultät dem Verfasser den Preis zuerkennen.

Nach Eröffnung des Umschlags ergiebt sich als Verfasser:

Fritz Breusch aus Pforzheim.

Während die vorher besprochene Beantwortung der Preisfrage die Absicht kund gab, das ganze in derselben berührte Gebiet in den Kreis ihrer Betrachtung zu ziehen, schliesst die zweite mit dem Motto: „per aspera ad astra" versehene Bearbeitung die Theorie der Differentialgleichungen völlig aus, liefert aber eine um so eingehendere und die Fähigkeit zu selbstständiger Forschung beweisende Behandlung der Irreduktibilitätstheorie der Zahlengleichungen und algebraischen Funktionen.

Nachdem auch die oben angeführten Methoden, zu denen noch die von Serret hinzukommt, skizzirt und durch Beispiele erläutert sind, werden zunächst die Methoden von Heine und Kronecker auf algebraische Funktionen mit mehreren Variabeln übertragen, deren Coefficienten ganze und ganzzahlige Funktionen sind. Wesentlich neu ist die Uebertragung der Methode von Mandl auf Funktionen beliebig vieler Variabeln, welche durch ein umfangreiches Beispiel erläutert wird; für Funktionen mit nicht rationalen Coefficienten gelingt es dem Verfasser, eine wenigstens für einzelne Fälle ausreichende Methode der Zerlegung anzugeben. Der Verfasser erweitert ferner die Methode von Bendixson auf Funktionen beliebig vieler Variabeln und findet eine Einschränkung der Gültigkeit derselben. Die Arbeit schliesst mit der Behandlung des Falles, dass die vorgelegte Funktion auch Parameter enthalte, wobei sich der Verfasser auf einen Satz von Hilbert stützt. Auch diese Arbeit darf als eine die Anforderungen der Fakultät befriedigende und des Preises werth erachtet werden."

Nach Eröffnung des Umschlags mit dem angegebenen Motto zeigt sich als Verfasser der Preisschrift: Karl Reinig aus Sinsheim.

Für das folgende Studienjahr werden als Preisfragen aufgestellt:

Von der theologischen Fakultät:

„Die Heidelberger Disputation Luthers in ihrem Verhältniss zu Augustin, zur mittelalterlichen Mystik und zu den fünfundneunzig Thesen."

Von der juristischen Fakultät:

„Vergleichung der Haftung aus der Lex Aquilia, wie diese in den beiden Titeln Instit. 4, 3 und Digest. 9, 2, sich darstellt, mit der aus dem Reichshaftpflichtgesetz vom 7. Juni 1871."

Von der medicinischen Fakultät:

„Das Vorkommen von Ganglienzellen im Verlaufe sensibler Nerven ist in Bezug auf die Neurontheorie zu untersuchen."

Von der philosophischen Fakultät:

I. „Es sollen, nach den Ausweisen bei Pierre Clément: Lettres, instructions et mémoires de Colbert 1860—71, die anderweitigen politischen Grundlehren des Mercantilismus — neben den finanzwissenschaftlichen — aufgesucht und besprochen werden.

II. Die in der neuhochdeutschen Schriftsprache eingetretene Dehnung der kurzen Stammsilbenvokale ist in den meisten Mundarten ebenfalls, aber nicht in gleichem Umfange, vollzogen. Es wird eine genaue Prüfung und zusammenfassende Darstel lung dieser Dehnungserscheinungen in den Volksmundarten des hochdeutschen Sprachgebiets auf Grund der vorhandenen Dialektlitteratur gewünscht.

III. Die bisher veröffentlichten oder in Photographieen oder Abgüssen hier zugänglichen attischen Votivreliefs sollen gesammelt, erklärt und kunstgeschichtlich geordnet werden."

Von der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät:

„Nach neueren Angaben englischer Forscher sollen bei völligem Ausschluss von Wasser chemische Reaktionen, wie diejenige zwischen Ammoniak und Salzsäure, Zersetzung von Salmiak durch die Wärme und andere, gänzlich ausbleiben. Die Fakultät wünscht eine kritische Wiederholung dieser Versuche und eine Entscheidung darüber, ob wirklich die Anwesenheit von Wasser für das Zustandekommen derartiger Reaktionen nothwendig ist."

Commilitonen!

Nicht die Lösung schwieriger wissenschaftlicher Probleme soll die Beantwortung der von den Fakultäten gestellten Preisfragen bringen, denn eine solche gelingt nur alt bewährten und glücklichen Forschern; aber Sie sollen zeigen, dass Sie wahres Interesse für wissenschaftliche Arbeit, Freude an der Durcharbeitung gelehrter Untersuchungen und emsiges Streben nach selbstständiger Auffindung auch nur der geringfügigsten wissenschaftlichen Wahrheit beseelt — Ihre Lehrer werden sich dann für ihre Mühe und Arbeit belohnt fühlen, wenn sie Ihnen ihre Anerkennung hier öffentlich werden aussprechen können.

Hochverehrte Anwesende!

Die Individualität des Menschen ist ein Produkt seiner Geschichte, sagte Helmholtz in jenen schönen Jubiläumstagen, ein gütiges Geschick habe es ihm gestattet, zwölf Jahre in Heidelberg zu leben. Und so wie er bis zu seinem Lebensende stets in Dankbarkeit und Verehrung des Wohlwollens und der Gnade gedachte, der er sich zu erfreuen hatte bei unserm Durchlauchtigsten Herrscherpaar, so wollen auch wir heute all' der Wohlthaten eingedenk sein, die unserer Hochschule stets zu Theil geworden sind, und unseren Dank dadurch bethätigen, dass wir dahin wirken, dass unsere Universität wie bisher so auch ferner bleibe: eine ruhmreiche Stätte wissenschaftlicher Arbeit und eine vornehme Schule der akademischen Jugend.

Und so töne diese Feier aus in den von Herzen kommenden Wunsch:

Gott schütze den Grossherzog und segne das ganze
Grossherzogliche Haus!

Beilage I.

Verzeichniss

der

Souveräne, Regierungen, Behörden, Gesellschaften und Privatpersonen, welche der Grossherzoglichen Universitätsbibliothek in der Zeit vom 1. November 1894 bis 31. Oktober 1895 Geschenke überwiesen haben.

Karlsruhe.

Das Ministerium des Grossherzoglichen Hauses und der auswärtigen Angelegenheiten.
Das Grossh. Ministerium der Justiz, des Kultus und Unterrichts.
Das Grossh. Ministerium des Innern.
Die Bad. historische Kommission.
Die Kaiserl. Oberpostdirektion.
Die Gr. Hof- u. Landesbibliothek.
Die Generaldirektion der Grossh. Staatseisenbahnen.
Die Grossh. Zolldirektion.
Die Grossh. Steuerdirektion.
Die Grossh. Domänendirektion.
Das Centralbureau f. Meteorologie und Hydrographie.
Die Grossh. Landesgewerbehalle.
Die Grossh. Staats-Altertumssammlung.
Herr Prof. Dr. Rosenberg.

Heidelberg.

Das akademische Direktorium.
Die Reichs-Limes-Kommission.
Der Stadtrat.
Die Kommission für die Geschichte der Stadt Heidelberg.
Herr Hofrat Prof. Dr. Cantor.
Herr Prof. Dr. v. Domaszewski.
Herr Geh. Rat Prof. Dr. Gegenbaur.
Herr cand. theol. Grantz.
Herr Buchhändler Karl Groos sen.
Herr Buchhändler Theod. Groos.
Herr stud. Grüttefien.
Herr Universitätsbuchbindermstr. Hohmeister.
Herr Prof. Dr. Jellinek.
Herr Prof. Dr. v. Kirchenheim.
Herr Prof. Dr. A. Koch.
Herr Buchhändler Koester.
Herr Prof. Lea.
Herr stud. phil. Linder.
Herr Dr. Lobstein.
Herr Kustos Dr. Lorentzen.
Herr Geh. Hofrat Prof. Dr. Merx
Herr Geh. Hofrat Prof. Dr. Georg Meyer.
Herr Referend. Dr. W. Mittermaier.
Herr Prof. Dr. Neumann.
Herr Baron Dr. v. Osten-Sacken.
Herr Buchhändler Petters.
Frau v. Rochau.
Herr Generallieuten. v. Sarwey, Exc.
Herr Geh. Hofr. Prof. Dr. Schroeder.
Herr Dr. Sillib.
Herr Kammerherr v. Stetten.
Herr Gymnasial-Direkor Prof. Dr. Uhlig.
Herr Prof. Dr. Waag.
Herr Rechtsanwalt Wagner.
Herr Bibliothekar Prof. Dr. Wille.
Herr Geh. Hofrat Prof. Dr. Winckelmann.
Herr Prof. Dr. Wolfrum.
Herr Oberbibliothekar Geh. Hofrat Prof. Dr. Zangemeister.
Herr Dr. med. Zangemeister.

Freiburg i. B.

Der Badische Forstverein.
Die Direktion des Gymnasiums.
Die Verlagsbuchhandlung von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck).
Herr Prof. Dr. Kluge.
Fräulein E. Köchly.

Konstanz.

Herr J. B. Jack.

Mannheim.

Die Handelskammer.
Herr Lieutenant Westermann.

Mingolsheim.

Herr Pfarrer a. D. Stocker.

Offenburg.

Herr Prof. Dr. K. H. Schaible.

Obersasbach.

Herr Referendär Dr. Osterrieth.

Schwetzingen.

Herr Obersteuerinspektor Th. Wilckens.

Wiesloch.

Herr Pfarrer Alfred Leitz.

Aachen.

Die Technische Hochschule.

Berlin.

Das Königl. Ministerium für Landwirtschaft, Domänen u Forsten.
Das Königl. Ministerium der geistlichen etc. Angelegenheiten.
Das Bureau des Deutschen Reichstags.
Die Königl. Geolog. Landesanstalt und Bergakademie.
Das Kaiserl. Statistische Amt.
Das Kaiserl. Gesundheitsamt.
Die Königl. Bibliothek.
Die Redaktion der Akademischen Blätter.
Die Redaktion der Burschenschaftlichen Blätter.
Die Buchhandlung von S. Calvary & Co.
Herr Geh. Regierungrat Prof. Dr. Hermann Grimm.
Herr Oberlehrer Dr. R. Steig.
Herr Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Wattenbach.
Herr Dr. Georg Wegener.

Bonn.

Herr Dr. Klasen.

Cleve.

Herr Dr. Ludwig Voss.

Darmstadt.

Herr August Boltz.

Dresden.

Die Königl. Sächsische Regierung.
Das Königl. Finanzministerium.
Das Statist. Bureau des Königl. Ministeriums des Innern.
Frau Sanitätsrat Agnes Kaiser-Langerhanns.

Eutin.

Herr Prof. Dr. Wisser.

Frankenthal.

Der Altertumsverein.

Frankfurt a. M.

Das Oberlandesgericht.
Die Stadtbibliothek.

Gera.

Die Redaktion der Geraer Zeitung.

Görlitz.

Die Direktion des Gymnasiums und Realgymnasiums.

Göttingen.

Die Königl. Sternwarte.
Herr Prof. Dr. H. Wagner.

Halle a. S.

Herr Dr. R. Kautzsch.
Das Landwirtschaftliche Institut der Universität.

Hamburg.

Die Direktion der Deutschen Sternwarte.

Kassel.

Herr W. Koopmann.
Die Ständische Landesbibliothek.

Kempen.

Herr Gymnasialdirektor Jos. Pohl.

Köln.

Die Stadtbibliothek.
Der Central-Dombau-Verein.
Herr Dr. Hermann Wette.

Leipzig.

Herr Buchhändler W. Engelmann.
Die Verlagsbuchhandlung von Veit & Co.

Liegnitz.

Die Handelskammer.

Linden b. Hannover.

Herr Landrat v. Meister.

Lübeck.

Die Geschäftsführung der 67. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte.

Mainz.

Die Stadtbibliothek.

München.

Herr Generalmajor Popp.

Münster i. W.

Der Vorstand des Verbandes öffentlicher Feuer-Versicherungsanstalten in Deutschland.

Neckarsteinach.

Herr Pfarrer Schneider.

Neuruppin.

Der historische Verein für die Grafschaft Neuruppin.

Nordhausen.

Das Städtische Museum.

Potsdam.

Das Centralbureau der Internationalen Gradmessung.

Rudolstadt.

Herr Dr. Volkel.

Saarbrücken.

Der historische Verein.

Schwerin.

Das Grossh. Justizministerium.

Strassburg i. E.

Der Bezirkspräsident für das Unter-Elsass.

Stuttgart.

Das Statistische Landesamt.

Trier.

Die Stadtbibliothek.

Ulm.

Das Rektorat des Königl. Realgymnasiums.

Wernigerode.

Der Verein deutscher Standesherrn.

Wilhelmshafen.

Das Observatorium der Kaiserlichen Marine.

Zeitz.

Herr C. Buchmann.

Budapest.

Das Königl. Statistische Bureau.
Das National-Museum.

Graz.

Herr Karl August Neumann.

Hermannstadt.

Der Verein für Siebenb. Landeskunde.
Das Landeskonsistorium der evangelischen Landeskirche in Siebenbürgen.

Lemberg.

Die Universität.

Wien.

Das K. K. Ackerbau-Ministerium.
Die Gesellschaft für vervielfältigende Kunst.

Baden (Schw.).

Die Casino-Gesellschaft.

Bern.

Der Bürgerrat der Stadt Bern.

Solothurn.

Die Schweiz. Geolog. Kommission.

Vevey.

Herr Prof. Dr. Brünnow.

Kopenhagen.

Die Kong. Danske Videnskabernas Selskab.
Herr R. C. Rasmussen.

Château de Frankjaer.

Herr Comte Ahlefeld-Laurvig.

Stockholm.

Die Académie R. Suédoise des sciences.

Upsala.

Herr Bibliothekar Dr. Claes Annerstedt.

Christiania.

Die Norwegische Kommission der Europäischen Gradmessung.

Brüssel.

Die Conférence bibliographique internationale.

Haag.

Die Königl. Holländische Regierung.

Harlem.

Die Fondation de P. Teyler.

Luxemburg.

Die Bibliothèque de Luxembourg.

Cambridge.

Die Syndics of the Cambr. Univ.-Library.

Galway.

Das Queen College.

Greenwich.

Das Astronomer Royal R. Observatory.

London.

Die Königl. Regierung.
Das British Museum.
Die British Association for the Advancement of Science.
Die R. Society of London.
Die Corporation of the City of London.
Die Clinical Society.
Die Pathological Society.
Herr T. Lander Brunton M.D.F.R.S.
Herr Buchhändl. Bernard Quaritch.

Manchester.

Herr Henry Wilde.

Bordeaux.

Herr Prof. Henry Monnier.

Clermont-Ferrand.

Herr Ambroise Tardieu.

Marseille.

Frau Vve. Désiré Bernard.

Paris.

Herr Buchhändler H. Welter.

Mailand.

Herr U. Hoepli.

Messina.

Die Redaktion der Rivista di stona antica.

Neapel.

Herr Bartolomeo Capasso.

Rom.

Das Ministero della publica istruzione.
Das Ministero di agricoltura etc.
Das R. Comitato geolog. d'Italia.
Die Bibliotheca Vaticana.
Frau Dr. Ceradini Bozzolo.

Turin.

Das Museo geologico.
Die R. Deputazione sovra gli studi di storia patria.

Lissabon.

Herr Alfredo Bensaude.

Tiflis.

Herr Geh. Regierungsrat Janoffsky.

Bukarest.

Herr Theodor Crivetz.
Das Institut de pathologie.

Alaska.

Herr Sheldon Jackson.

Albany.

Die New York State Library.

Baltimore.

Fräulein E. Rogers.

Boston.

Die Public Library of the city of Boston.

Buenos Aires.

Der Director General de Correos y Telégrafos.

Chicago.

Pullmans Palace Car Co.
Herr Eugene Parsons.

Cincinnati (Ohio).

Die Union of American Hebren Congregations.

Columbia S. C.

Die General Assembly of the State of South Carolina.

Ithaca (N. Y.)

Herr Prof. Benjamin J. Wheeber.

Mexico.

Der Congreso de Americanistas.

Montgomery Ala.

Herr Eugene Allen Smith Ph. D.

New-York.

Die Lenox Library.

Ottawa.

Das Geolog. Survey Department of Canada.

Philadelphia.

Die Managers of the Pennsylvania Hospital.
Herr Edwin Swift Balch.

Reading Pa.

Herr Rev. James J. Good D. D.

Toronto.

Die Universitäts-Bibliothek.

Washington.

Die Amerikanische Regierung.
Das Department of the Interior.
Der Superintendent of the Coast and Geodetic Survey.

Bangkok.

Die Siamesische Regierung.

Calcutta.

Die Geolog. Survey Office.
Die Asiatic Society of Bengal.

Beilage II.

Verzeichniss

der

an der Universität Heidelberg vom 23. November 1894 bis 22. November 1895 Promovirten.

I. In der juristischen Fakultät.

1. Schwarzschild Max, aus Ladenburg, am 1. Dezember 1894.
2. Heinemann Ernst, aus Bremen, am 1. Dezember 1894.
3. Jacottet Moritz, aus Neuchâtel, am 5. Dezember 1894.
4. Seiler Alois, aus Fischbach (Schweiz), am 5. Dezember 1894.
5. Pfützner August, aus Karlsruhe, am 11. Dezember 1894.
6. Patz Moritz Robert, aus Oelsnitz i. S., am 11. Dezember 1894.
7. Kölle Julius, aus Diersburg, am 14. Dezember 1894.
8. Oertel Emil Kurt, aus Löbau, am 14. Dezember 1894.
9. Helff Hermann, aus Freiburg i. B., am 15. Dezember 1894.
10. Straub Konrad, aus Mannheim, am 18. Dezember 1894.
11. Feeder Paul, aus Frankfurt a. O., am 19. Dezember 1894.
12. Heim Albert, aus Furtwangen, am 20. Dezember 1894.
13. Rössler Walther, aus Baden, am 20. Dezember 1894.
14. Freiher von Scheibler Max, aus Aachen, am 26. Januar 1895.
15. Kromayer Friedr. Johann Wilh., aus Gräfentonna, am 16. Februar 1895.
16. Mangelsdorf Kurt Richard, aus Nauendorf, am 16. Februar 1895.
17. Gerber Adolf, aus Bodman, am 23. Februar 1895.
18. Isensee Karl Aug. Lud. Hubert, aus Freiberg, am 23. Februar 1895.
19. Sturzenegger Fritz, aus Schaffhausen, am 6. März 1895.
20. Senn Leon, aus Buchs, am 6. März 1895.
21. Hasche Friedrich Oswald, aus Freiberg, am 8. März 1895.
22. Geiger Rudolf, aus Frankfurt a. M., am 8. März 1895.
23. Michael Bernhard, aus Leipzig, am 9. März 1895.
24. Hirsch Karl Robert, aus Frankfurt a. M., am 15. März 1895.
25. Spiess Christian August Max, aus Dresden, am 15. März 1895.
26. Bucher Franz, aus Luzern, am 23. April 1895.
27. Reichlin Karl, aus Schwyz, am 23. April 1895.
28. Pfaff Friedrich, aus Heidelberg, am 25. April 1895.
29. Pfaff Volkert, aus Heidelberg, am 25. April 1895.
30. Netter Fritz, aus Pforzheim, am 9. Mai 1895.

31. Frasch Paul, aus Schwäbisch Hall, am 10. Mai 1895.
32. Staubwasser Johann Nepomuk, aus Reisensburg, am 10. Mai 1895.
33. Beyer Karl Friedrich, aus Wommen, am 11. Mai 1895.
34. Zenner Alois, aus Grügelborn, am 11. Mai 1895.
35. Spiro Moritz, aus Czenstochau, am 11. Mai 1895.
36. Botscheff Naum N., aus Varna, am 30. Mai 1895.
37. Bittinger Dietrich August, aus Ulm, am 30. Mai 1895.
38. Blume Ludwig Gustav Rudolf, aus Karlsruhe, am 1. Juni 1895.
39. Bernbeck Wilhelm, aus Altenschlirf, am 12. Juni 1895.
40. Schäfer Friedrich Karl Ludwig, aus Haffen, am 12. Juni 1895.
41. Lunge Ernst, aus South-Thields (England), am 19. Juni 1895.
42. Simon Georg Kurt, aus Zittau, am 19. Juni 1895.
43. Mahlmann Otto, aus Lichtenhagen, am 21. Juni 1895.
44. Wieland August Friedrich, aus Ostelsheim, am 21. Juni 1895.
45. Sluzewsky Emil, aus Posen, am 26. Juni 1895.
46. Hermann Erich, aus Wotenik, am 26. Juni 1895.
47. Barth Richard, aus Eisleben, am 4. Juli 1895.
48. Nauen Julius Victor, aus Mannheim, am 4. Juli 1895.
49. Ritzmann Christian, aus Hochstein, am 4. Juli 1895.
50. Baur Hugo, aus Mühlhofen, am 18. Juli 1895.
51. Seelig Ludwig, aus Mannheim, am 18. Juli 1895.
52. Sieskind Jakob, aus Leipzig, am 19. Juli 1894.
53. Steinweg Reiner, aus Lüdenscheid, am 19. Juli 1894.
54. Müller Hans, aus Frankenberg i. S., am 20. Juli 1895.
55. Urban Alfred Woldemar, aus Löbau, am 20. Juli 1895.
56. Jucho Friedrich, aus Frankfurt a. M., am 24. Juli 1895.
57. Müller Heinrich, aus Heidelberg, am 24. Juli 1895.
58. Becker Ludwig Karl, aus Lorsch, am 25. Juli 1895.
59. Hagen Eugen Hermann August, aus Königsberg, am 25. Juli 1895.
60. Hellbach Walther, aus Bischofswerda, am 26. Juli 1895.
61. Odenheimer Emil, aus Mannheim, am 26. Juli 1895.
62. Reinemund Albert Hermann, aus Melsungen, am 27. Juli 1895.
63. Mogk Heino Egon, aus Dresden, am 27. Juli 1895.
64. Gassmann Emil, aus Solothurn, am 31. Juli 1895.
65. Mercier Philipp Joachim Emil, aus Glarus, am 31. Juli 1895.
66. Israel Paul, aus Pyrmont, am 1. August 1895.
67. Beyerle Konrad, aus Waldshut, am 1. August 1895.
68. Kuppert Felix, aus Bautzen, am 1. August 1895.
69. Bertsche Konrad, aus Angenstein, am 2. August 1895.
70. Freiherr von Liebieg Gisbert, aus Reichenberg, am 2. August 1895.
71. Wunder Otto, aus Mannheim, am 3. August 1895.
72. Levisohn Karl, aus Karlsruhe, am 7. August 1895.
73. Hanemann Alfred Wilhelm Karl, aus Rastatt, am 7. August 1895.
74. Poller Georg Albert, aus Johanngeorgenstadt, am 8. August 1895.
75. Siecke Wilhelm Otto, aus Buchholz, am 8. August 1895.
76. Lachmann Alfred, aus Berlin, am 9. August 1895.
77. Braunbehrens Friedrich Karl Adrian, aus Sagan, am 9. August 1895.
78. Scholz Ernst August Gustav, aus Wiesbaden, am 9. August 1895.

79. Lotz, Hugo, aus Frankfurt a. M., am 10. August 1895.
80. Heckmann Hermann, aus Bensheim, am 10. August 1895.
81. Oberle Alois, aus Aschaffenburg, am 13. August 1895.
82. Schiebler Victor Bernhard, aus Frankenberg, am 13. August 1895.
83. Schauseil Gustav, aus Aachen, am 13. August 1895.
84. Fiévet Alexander, aus Köln, am 24. Oktober 1895.
85. Nösselt Hermann, aus Eisleben, am 24. Oktober 1895.
86. Dr. phil. Harris Ernst L., aus Grinnell (Amerika), am 25. Oktober 1895.
87. Human Arthur, aus Eishausen, am 25. Oktober 1895.
88. Meyer Ari, aus Linz a. Rh., am 31. Oktober 1895.
89. Knorz Fritz, aus Dudweiler, am 9. November 1895.
90. Rheinheimer Eugen, aus Kaiserslautern, am 9. November 1895.

II. In der medicinischen Fakultät.

1. Roemheld Ludwig, aus Seeheim, am 23. November 1894.
2. Homburger Theodor, aus Karlsruhe, am 23. November 1894.
3. Schwan Wilhelm, aus Gross-Nidda, am 19. Dezember 1894.
4. Amberg Emil, aus Santa Fé, am 19. Dezember 1894.
5. Grohmann Karl Jakob, aus Neustadt, am 14. Januar 1895.
6. Honsell Bernhard, aus Konstanz, am 4. März 1895.
7. Wohnlich Wilhelm, aus Gondelsheim, am 4. März 1895.
8. Damrow Arthur, aus Dromburg, am 4. März 1895.
9. Helbing Eduard, aus Wertheim, am 26. April 1895.
10. Braun Alfred, aus Diedendorf, am 30. April 1895.
11. Hack Gustav, aus Leimen, am 22. Mai 1895.
12. Manz Philipp, aus Pfeddersheim, am 22. Mai 1895.
13. Schwalbe Ernst, aus Berlin, am 24. Mai 1895.
14. Eggeling Heinrich, aus Meiningen, am 24. Mai 1895.
15. Roth Karl, aus Kandel, am 18. Juni 1895.
16. Lindenborn Adolf, aus Mannheim, am 21. Juni 1895.
17. van Oordt M. J. F. E., aus Karlsruhe, am 27. Juni 1895.
18. Behrens Richard, aus Berlin, am 12. Juli 1895.
19. Sulzer Max, aus Kirchen, am 29. Juli 1895.
20. Katz Karl, aus Pforzheim, am 29. Juli 1895.
21. Mayer Karl, aus Barmen, am 29. Juli 1895.
22. Loewald Arnold, aus Danzig, am 29. Juli 1895.
23. Barth Theodor, aus Greiz, am 21. Oktober 1895.
24. Fertig Julius, aus Worms, am 21. Oktober 1895.
25. Zangemeister Wilhelm, aus Gotha, am 28. Oktober 1895.
26. Starck Hugo, aus Eichstetten, am 28. Oktober 1895.
27. Ritter Johannes, aus Hamburg, am 31. Oktober 1895.

III. In der philosophischen Fakultät.

1. Corwin Robert N., aus Newyork, am 11. Dezember 1894.
2. Hübsch Georg, aus Haselhof (Franken), am 21. Dezember 1894.
3. Joseph David, aus Königsberg, am 29. Dezember 1894.
4. Malter Henry (alias Hirsch) aus Żabno (Galizien), am 12. Januar 1895.
5. Jonas Richard, aus Berlin (Wisconsin U.S.A), am 15. Januar 1895.
6. Coste Erich, aus Stargard, am 30. Januar 1895.
7. Rosenberg Gabriel Jacques, aus Gitomir, am 1. Februar 1895.
8. Windscheid Katharina, aus München, am 16. Februar 1895.
9. Hopfen Otto Helmut, aus München, am 1. März 1895.
10. v. Kaull Arved, aus Riga, am 5. März 1895.
11. Poznánski Samuel, aus Zubraniec (Posen), am 13. März 1895.
12. Barlovac Cvetko R., aus Belgrad, am 6. April 1895.
13. Treumann Rudolf, aus Rastatt, am 9. April 1895.
14. Ohlenburg Salomon, aus Schocken (Posen), am 10. April 1895.
15. Braun Edmund, aus Epfenbach (Baden), am 21. Juni 1895.
16. Zimmermann Emil Rudolf, aus Mannheim, am 11. Juli 1895.
17. Helm Karl, aus Karlsruhe, am 29. Juli 1895.
18. Sklarek Max, aus Beuthen, am 12. August 1895.
19. Denekamp Emil Ed., aus Amsterdam, am 18. September 1895.
20. Sieper Ernst, aus Durchsholz (Rheinland), am 25. Oktober 1895.
21. Eckert Gustav, aus Mosbach, am 4. November 1895.
22. Köhler Walther E., aus Elberfeld, am 4. November 1895.
23. Schultze Walther, aus Berlin, am 12. November 1895.

IV. In der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät.

1. Kirpal, Alfred, aus Prag, am 15. Dezember 1894.
2. Hugershoff Albert, aus Hannover, am 16. Januar 1895.
3. Lilienthal Wilhelm, aus Steinhof (Holstein) am 4. Juli 1895.
4. Heyl Georg, aus Darmstadt, am 20. Dezember 1894.
5. Goldschmidt Franz, aus Berlin, am 3. Januar 1895.
6. Weinlig Carl, aus Harburg a. d. Elbe, am 13. Dezember 1894.
7. Schmidt Henry, aus Linden b. Hannover, am 4. Februar 1895.
8. Heeren Friedrich, aus Hannover, am 21. März 1895.
9. Grahl Albert, aus Filehne (Posen), am 24. Januar 1895.
10. Clayton Geo Christopher, aus Liverpool, am 17. Januar 1895.
11. Neurath Friedrich, aus Vöslau b. Wien, am 14. März 1895.
12. Riddle Walther, aus Pittsburgh Pa. U.S.A., am 4. Februar 1895.
13. Linck Ludwig, aus Auerbach a. d. B., am 12. August 1895.
14. Heidenreich Arthur, aus Oppeln (Schlesien), am 7. Mai 1895.
15. Meyer Friedrich, aus Tangermünde, am 18. März 1895.
16. v. Recklinghausen Max, aus Strassburg i. Els., am 1. März 1895.
17. Schäfer Raimund, aus Baden-Baden, am 12. Oktober 1895.
18. Weiler Max, aus Brakel (Westfalen), am 24. Mai 1895.

19. Raum Wilhelm, aus Nürnberg, am 21. März 1895.
20. Ortmann Alfred, aus Freudenthal (Oesterreich), am 17. Mai 1895.
21. Beger Karl Ludw. Fr., aus Heidelberg, am 25. Februar 1895.
22. Rüdt Hermann, aus Hof Helmeringen b. Lauingen, am 7. Mai 1895.
23. Barthels Philipp, aus Barmen, am 22. Juli 1895.
24. Paweck Heinrich, aus Wien, am 26. März 1895.
25. Imhäuser August, Brarbach a. d. Sieg, am 26. Juli 1895.
26. Friedrichs Franz, aus Bremen, am 1. Mai 1895.
27. Thornton Charles Lamb., aus Manchester, am 1. Juli 1895.
28. Benfey Hans, aus Hannover, am 13. Juli 1895.
29. Heidrich Hugo, aus Wien, am 10. Juli 1895.
30. Thiele Paul, aus Zapel (Prov. Brandenburg), am 4. Juli 1895.
31. Haymann Karl, aus München, am 18. Juni 1895.
32. Heyder Franz, aus Regensburg, am 27. Juni 1895.
33. Bredt Titus Victor, aus Köln a. Rh., am 19. Juli 1895.
34. Biedermann Richard K. E., aus Krotochin (Posen), am 7. Juni 1895.
35. Schäffer Theodor, aus Wevelinghofen, am 31. Oktober 1895.
36. Oswald Albert, aus Wolfach, am 4. Oktober 1895.
37. Piepenbrinck, Peter, aus Elberfeld, am 31. Juli 1895.
38. Grosse Rudolph, aus Rheine (Westfalen), am 10. August 1895.
39. Mc. Crae John, aus Glasgow, am 7. November 1895.
40. Nerking Joseph, aus Darmstadt, am 17. August 1895.
41. Gernet Marie, aus Karlsruhe, am 1. Oktober 1895.
42. Heilbrun Richard J., aus Berlin, am 8. Oktober 1895.
43. Schlosser Friedrich, aus Lauterbach (O.-Hessen), am 7. Oktober 1895.
44. Keiser Karl aus Hannover, am 15. November 1895.

